PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 13. 1. Juli 1912. Redaktionsschluß für No. 14 am 28. Juni 1912. 13. Jahrgang.

INHALT:

Originalmitteilungen:

E. Goldstein, Über die Hervorrufung der Hauptspektra aromatischer Verbindungen durch ultraviolettes Licht. S. 577.

Th. Lyman, Die Ionisierung von Gasen durch Licht und das Funkenspektrum des Aluminiums im Gebiete der Schumannstrahlen. S. 583.

M. Gelbke, Ein neuer Fall von Koppelung kurz- und langwelliger Fluoreszenzbanden. S. 584.

J. Stark, Über elektrische und mechanische Schubflächen in Metallen. S. 585.

W. Gerlach, Über ein neues Wattmeter für schwache Wechselströme. S. 589.

J. Kunz, Zur Weissschen Theorie der Hysteresis der ferromagnetischen Substanzen. S. 591.

J. Kunz u. J. G. Kemp, Über die Verteilung des Lichtes in der geschichteten Entladung in Dämpfen von Alkalimetallen. S. 594.

B. Hodgson, Absorption in Geißler-Röhren und damit zusammenhängende Erscheinungen. S. 595.

L. Page, Eine Ableitung der Grundbeziehungen der Elektrodynamik aus jenen der Elektrostatik. S. 609.

H. Busch, Eine einfache Ableitung der vollständigen Theorie des Oszillographen. S. 615.

L. Meitner, Über das Zerfallsschema des aktiven Niederschlags des Thoriums. S. 623.

Besprechungen:

M. Planck, Acht Vorlesungen über theoretische Physik. S. 626.

H. A. Lorentz, The theory of electrons and its applications to the phenomena of light and radiant heat. S. 627.

A. Kneser, Die Integralgleichungen und ihre Anwendungen in der mathematischen Physik. S. 628.

Fr. Busch u. Chr. Jensen, Tatsachen und Theorien der atmosphärischen Polarisation. S. 629.

J. Stark, Prinzipien der Atomdynamik. II. Die elementare Strahlung. S. 631.

Personalien. S. 632.

Gesuche. S. 632

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über die Hervorrufung der Hauptspektra aromatischer Verbindungen durch ultraviolettes Licht.

Von E. Goldstein[1]).

In meiner letzten Mitteilung[2]) über die Emissionsspektra aromatischer Verbindungen habe ich zu zeigen gesucht, daß die Aussendung ihrer Hauptspektra auf einer wesentlich physikalischen Veränderung der Substanzen gegen ihre ursprüngliche Beschaffenheit beruht. Diese Veränderung wird durch die Behandlung mit Kathodenstrahlen (oder Kanalstrahlen) hervorgerufen. Nachdem diese Strahlen auf die Substanzen eingewirkt hatten, konnte man die von ihnen hervorgerufene Veränderung auch durch rein optische, ultraviolette Strahlen erkennbar machen, da die mit Kathodenstrahlen behandelte Substanz nachher auch im ultravioletten Lichte geänderte Fluoreszenz zeigt, — die bedingende Veränderung selbst aber konnte durch optische Strahlen allein noch nicht hervorgerufen werden.

Jedoch ließ ich dahingestellt, ob nicht auch die bis dahin allein von Kathodenstrahlen (und Kanalstrahlen) hervorgerufenen Veränderungen in letzter Reihe als Wirkungen ultravioletten Lichtes, nur von kleineren Wellenlängen, als sie das Zeißsche *UV*-Filter hindurchläßt, zu betrachten seien[1]). Wie in verschiedenen Richtungen erwiesen, verhalten sich die Kathodenstrahlen so, als ob sie beim Aufprallen sehr kurzwelliges ultraviolettes Licht erzeugten. Daher hoffte ich, die Kathodenstrahlen auch bei der Erzeugung der Hauptspektra durch rein optische Strahlen ersetzen zu können.

Dies ist mir schließlich vollständig gelungen, und die zum Ziele führenden Versuche sollen hier beschrieben werden.

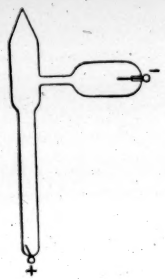
1. Früher[2]) hatte ich auf der Bahn des dünnen Entladungsfunkens, der in einem teilweise mit Salzpulver gefüllten Gefäß zwischen Wandung und Salzpulver hingleitet, Nachfarben der betreffenden Salze erzeugt, die auf die Wirkung ultravioletten Funkenlichts zurückgeführt wurden. Die Nachfarben waren ganz gleicher Art, wie sie auch durch Kathodenstrahlen gewonnen werden können. Es war hiernach denkbar, daß auch die durch Kathodenstrahlen an den aromatischen Körpern erzeugten Emissionsänderungen ebenfalls schon durch das Licht des Entladungsfunkens bewirkt werden könnten. Dies fand sich bestätigt.

Röhren der umstehenden Form wurden in dem unteren, aus Uviolglas bestehenden 4 bis 8 mm weiten Teil einige Zentimeter hoch z. B. mit Ortho-Toluylsäure beschickt und möglichst evakuiert. Man läßt dann die Entladung

1) Aus den Verh. d. D. Phys. Ges. **14**, 493, 1912.
2) E. Goldstein, Verh. d. D. Phys. Ges. **14**, 32, 1912; diese Zeitschr. **13**, 188, 1912.

1) E. Goldstein, Verh. d. D. Phys. Ges. **13**, 389, 1911; diese Zeitschr. **12**, 614, 1911.
2) E. Goldstein, Ann. d. Phys. (4) **27**, 773, 1908.

eines Induktoriums, die auf der Wandschicht der Substanz einen dünnen verzweigten Funken bildet, einige Sekunden übergehen. Um die Funkenbahn hinterbleibt eine gelbe bis braun-



lichgelbe Spur. Bringt man die Röhre möglichst unerschüttert in flüssige Luft und bestrahlt sie mit dem vom UV-Filter durchgelassenen Licht einer Bogenlampe, so fluoresziert die gelbe Spur und ihre nächste Umgebung mit grünlichgelbem Licht und gibt das Hauptspektrum der Ortho-Toluylsäure. In derselben Weise kann man auch das Hauptspektrum verschiedener anderer aromatischer Substanzen erzielen, die vor dem Funkenübergang auch im Filterlicht nur das Vorspektrum zeigen.

Die mir plausibelste Deutung, daß die spektrale Änderung der Substanz durch das vom Funken ausgesandte ultraviolette Licht bewirkt worden sei, wird möglicherweise nicht allgemein akzeptiert. Denn bekanntlich nehmen einige Forscher mit Herrn E. Wiedemann[1]) an, daß vom Funken eine besondere Art Strahlen, die „Entladungsstrahlen" ausgehen, und so könnte man ja auf diese auch die oben erwähnten Substanzänderungen zurückzuführen geneigt sein. Allerdings sind, wie ich schon früher hervorhob[2]), noch keinerlei Merkmale beschrieben worden, durch welche diese Strahlen sich von kurzwelligen ultravioletten Strahlen unterscheiden, und ich selbst habe sie daher mit solchen vorläufig identifiziert.

2. Jedenfalls bestärkten die eben beschriebenen Beobachtungen mich selbst in der Hoffnung, die Modifikation der Substanzen, auf welcher die Aussendung der Hauptspektra beruht, auch durch unbezweifelte Einwirkungen ultravioletten Lichts hervorrufen zu können, und in dem Antrieb, ungeachtet zahlreicher Mißerfolge, weiter nach Substanzen zu suchen, die schon im Filterlicht, also in rein optischen Strahlen, von der Emission des Vorspektrums zum Hauptspektrum übergehen möchten.

Eine solche Substanz fand sich endlich in der Kuminsäure (eine Isopropylbenzoesäure). Wurde dieser Körper bei tiefer Temperatur den Filterstrahlen ausgesetzt, so nahm sein anfangs blaues Licht allmählich eine grünliche Nuance an. Gleichzeitig traten aus dem erst kontinuierlichen Spektrum die stärksten Maxima des Hauptspektrums der Kuminsäure hervor, endlich wurde das Leuchten ausgesprochen gelbgrün, und das Hauptspektrum der Substanz war hell in allen seinen Details entwickelt. (Der Versuch verläuft bei gewöhnlicher Temperatur ganz analog; die Verbindung nimmt kräftig gelbgrünes Licht an und läßt die hellsten Maxima des Hauptspektrums erkennen, nur ist die Detaillierung entsprechend dem über den Einfluß der Temperatur früher Gesagten[1]) zunächst weniger scharf. Die scharfe Detaillierung tritt aber sofort ein, wenn die bei gewöhnlicher Temperatur modifizierte Substanz nachträglich in flüssige Luft getaucht wird.)

Prinzipiell erschien diese Erfahrung für die vorliegende Frage natürlich von erheblicher Bedeutung. Denn daß auch bei anderen Substanzen das ultraviolette Licht die gleiche Wirkung erzielen würde, war jetzt äußerst wahrscheinlich. Praktisch gelang es aber wieder erst nach längerer Zeit, eine zweite Substanz aufzufinden, die sich gleichartig verhielt, das β-Formnaphthalid (ein durch das Radikal der Ameisensäure substituiertes Naphthylamin). An die Stelle ihres blauen Leuchtens mit kontinuierlichem Vorspektrum läßt die Substanz in den Filterstrahlen in relativ kurzer Zeit rosa Licht mit dem sehr charakteristischen Hauptspektrum treten, das hauptsächlich aus etwa einem Dutzend schmaler, enggestellter Streifen im Rot bis Gelb (λ 630 bis 574) besteht.

Weitere Versuche zur Auffindung anderer in den Filterstrahlen modifizierbarer Körper gaben wieder nur negative Resultate.

3. Aber es lag jetzt nahe, zu versuchen, ob nicht bei der Einwirkung noch kürzerer Wellenlängen an Stelle der Filterstrahlen sich auch an den bisher widerstehenden Substanzen die Hauptspektra hervorrufen ließen. Zu diesem Zwecke wurde einfach das Zeißsche UV-Filter, das nur bis etwa λ 300 durchgängig ist, aus dem

1) E. Wiedemann, Zeitschr. f. Elektrochemie **2**, 159, 1895.
2) E. Goldstein, Sitzungsber. d. Berl. Akad. d. Wiss. 1901, S. 222.

1) E. Goldstein, Verh. d. D. Phys. Ges. **14**, 34, 1912; diese Zeitschr. **13**, 189, 1912.

Strahlengange der Bogenlampe entfernt. Die untersuchten Präparate wurden dann von allen Strahlen, für welche Quarz noch durchlässig ist, erreicht. Denn im Strahlengange befanden sich dann bis zu den vorläufig in Quarzröhrchen eingeschlossenen Präparaten nur noch die aus Quarz geschliffene Kollektor- und die Kondensorlinse, sowie der aus Quarzglas gebildete Dewarbecher mit der flüssigen Luft.

Die Versuchssubstanzen werden dann also auch von allen sichtbaren Strahlen des Bogenlichts erreicht. Während diese grelle Weißlichtbestrahlung andauert, kann man nicht erkennen, ob das Emissionsvermögen der Substanzen geändert wird; das Spektroskop läßt dann nur das Spektrum des intensiven von der Substanz und ihrer Quarzhülle reflektierten weißen Bogenlichts mit seinen Eisenlinien und Kohlebanden wahrnehmen. Schaltet man aber nach einiger Dauer der „Quarzstrahlung" das sichtbare Licht wieder aus, indem man das *UV*-Filter von neuem einschiebt, so läßt sich nunmehr leicht erkennen, in welchem Maße durch die Quarzstrahlung das Spektrum der Versuchssubstanz geändert worden ist. Eine ganze Reihe von Substanzen, bei denen in den Filterstrahlen auch bei langdauernder Belichtung stets nur das Vorspektrum erzielt wurde, zeigen nach einer Quarzbestrahlung von einigen Minuten deutlich ein mehr oder weniger detailliertes Hauptspektrum, die hellsten Maxima teilweise schon innerhalb der ersten Minute[1]). Dahin gehören von Substanzen, die besonders charakteristische Hauptspektra besitzen, z. B. die Durylsäure, die Ortho-Toluylsäure, die Phenylessigsäure, das Para-Azetotoluid und zahlreiche andere Körper aus den verschiedensten Gruppen aromatischer Verbindungen, namentlich auch Salze aromatischer Basen, auf die ich zum Teil weiter unten noch zurückkomme[2]).

Von der spektralen Veränderung betroffen wird stets nur die von den Quarzstrahlen unmittelbar getroffene Wandschicht der Substanz, die sich im Fokus bzw. in der dichtesten Bestrahlung befindet. Bei Drehen oder Umschütteln des Röhrchens zeigt sich, daß die übrige, unbestrahlte Substanz noch das Vorspektrum liefert. Die einmal bestrahlten Partikel selbst können, wie schon früher mitgeteilt die eingetretene Änderung sehr lange Zeit bewahren. Vergleichsversuche ergaben dann noch, daß es unnötig ist, Präparatenrohr und Dewarbecher aus Quarzglas zu wählen, — die Versuche gelangen auch bei Anwendung von weißem Uviolglas für die erwähnten Geräte. Die hemmenden Medien im *UV*-Filter sind das blaue Uviolglas und die Kupfersulfatlösung, die das Spektrum bei etwa λ 300 abschneiden, während das weiße Uviolglas bis etwa λ 260 durchlässig ist. Nicht ganz außer Betracht zu lassen ist dabei wohl der Umstand, daß auch innerhalb des vom Filter und vom weißen Uviolglas gemeinsam durchgelassenen Bezirks ($\lambda > 300$) cet. par. das weiße Glas eine größere Intensität ergibt, weil das Absorptionsvermögen des Filters für die von ihm durchgelassenen Wellenlängen doch nicht völlig Null ist.

4. Die Möglichkeit, die Hauptspektra durch Lichtstrahlen hervorzurufen, ist vielfach von großem Wert für eine möglichst vollkommene Entwicklung dieser Spektra zum Zweck ihrer Ausmessung oder photographischen Aufnahme.

Für diese Zwecke bringt man, wie früher erwähnt[1]), die Substanzen, nachdem sie in den Kathodenstrahlen das Hauptspektrum angenommen haben, in die Filterstrahlen, in denen ihre Maxima wegen der geringeren Erwärmung der Substanz vielfach schärfer und enger erscheinen, als in den Kathodenstrahlen selbst. Man kann nun aber die Vorbestrahlung in den Kathodenstrahlen, die, wie beschrieben, unter häufigem Umrütteln der gepulverten Substanzen bewirkt wird, nicht über ein gewisses Optimum fortsetzen, weil neben frisch bestrahlten Teilchen sich immer mehr Teilchen anhäufen, die schon so oft von Strahlen getroffen wurden, daß sie schließlich Zersetzungen erfahren und dann nur noch ein mattes, nicht erkennbar strukturiertes Spektrum zeigen. Bricht man die Einwirkung der Kathodenstrahlen ungefähr bei dem erwähnten Optimum ab, füllt die bestrahlten Substanzen in Uviolröhrchen und setzt sie dem Filterlicht aus, so geben manche darin zunächst nur ein mäßig helles Fluoreszenzlicht mit deutlichem, aber keineswegs kräftigem Hauptspektrum. Läßt man nun aber die Quarzstrahlen (ohne das Filter) noch als Nachbestrahlung einwirken, so erhält man häufig schon innerhalb einer Minute eine sehr merkliche Verstärkung der Fluoreszenz und ihres Hauptspektrums, und nach einigen Minuten sehr erhebliche Lichtintensitäten mit reich detailliertem, hellem Spektrum. (Dabei braucht

1) Bestrahlt wurde mit Bogenlicht unter Verwendung einer positiven Eisendochtkohle, bei einer Stromstärke von durchschnittlich 10 Amp. Die als Kollektor und Kondensor benutzten beiden Quarzlinsen hatten 8 cm Öffnung und 16 bzw. 20 cm Brennweite. Um nach dem Abschneiden der grellen Quarzbestrahlung nicht für die Beobachtung des Fluoreszenzspektrums geblendet zu sein, hält man das eine, für die Beobachtung des Spektrums bestimmte Auge während der Quarzbestrahlung geschlossen.

2) Eine farbig gedruckte Tafel, welche eine Anzahl derartiger Spektra veranschaulichen soll, ist in Vorbereitung.

1) E. Goldstein, Verh. d. D. Phys. Ges. **14**, 33, 1912; diese Zeitschr. **13**, 188, 1912.

man die Nachbestrahlung nur auf eine sehr dünne Oberflächenschicht zu beschränken, und Umrütteln ist direkt zu vermeiden. Man führt deshalb z. B. in die Uviolröhrchen Wattestopfen ein, die man auf das Pulver fest andrückt. Dann wird die mit den Quarz- bzw. Filterstrahlen zu behandelnde Wandschicht immer von den nämlichen Teilchen gebildet.) — Als Beispiele von Substanzen, deren Hauptspektrum durch Nachbehandlung mit Quarzstrahlen heller und reichhaltiger hervortritt, erwähne ich Para-Toluidinhydrochlorid, das in den Kathodenstrahlen und ebenso unmittelbar danach in den Filterstrahlen nur ein einziges isoliertes Maximum bei sonst kontinuierlichem Spektrum zeigt; die Nachbestrahlung dagegen verstärkt das Fluoreszenzlicht und läßt schließlich mindestens neun schmale Maxima hervortreten, von denen sieben nahe äquidistante eine mit dem brechbarsten Maximum λ 474 beginnende bis λ 535 reichende Reihe bilden (der Typus des Spektrums erinnert an das Hauptspektrum des Paraxylols, die Wellenlängen sind andere). Bei Benzylaminhydrochlorid gelangt man durch Nachbestrahlung von zwei auf sieben Maxima. Das Meta-Xylidinhydrochlorid zeigt in den Kathodenstrahlen drei isolierte Streifen; ihre Zahl steigt durch nachträgliche Quarzbestrahlung auf 14. Ähnlich verhalten sich Ortho-Toluidinhydrochlorid, Para-Xylidinhydrochlorid, Meta-Xylidinazetat und andere ähnliche Salze[1]).

Die eben genannten Verbindungen, deren Hauptspektra durch Nachbestrahlung der mit Kathodenlicht behandelten Substanzen sich verstärkten, ließen das Hauptspektrum auch hervortreten, wenn man die Quarzstrahlen auf frische, noch nicht mit Kathodenstrahlen vorbehandelte Substanz fallen ließ. Wie zu erwarten, war die für gleiche Effekte erforderliche Dauer der Bestrahlung dann aber eine längere[2]).

5. Die Frage liegt hier nahe, ob stets völlige Identität besteht zwischen dem durch die Kathodenstrahlen einerseits und durch die Quarzstrahlen andererseits hervorgerufenen Hauptspektrum.

Bei der Mehrzahl der von mir untersuchten Substanzen scheint eine vollständige Übereinstimmung der erzeugten Hauptspektra in der Tat zu bestehen. Bei einigen Verbindungen, in denen das Hauptspektrum durch das Quarzlicht reicher an diskreten Maximis, zugleich aber auch im ganzen erheblich heller wird (wie z. B. bei den oben erwähnten Hydrochloriden einiger Aminobasen), ließ sich vorläufig nicht mit völliger Sicherheit entscheiden, ob das scheinbare Hervortreten zahlreicher Maxima aus einem kontinuierlichen Grunde nur mit der verstärkten Helligkeit des Fluoreszenzlichts zusammenhängt. Jedenfalls ist es oft überraschend, wie ein scheinbar kontinuierlicher Grund, oder ein scheinbar nur aus wenigen breiten, nicht weiter strukturierten Banden bestehendes Spektrum bei bloßer Helligkeitsverstärkung sich in eine große Anzahl isolierter, schmaler Banden auflösen läßt, einfach, weil man bei der größeren Helligkeit mit engerem Spalt arbeiten und sonst zusammenfließende benachbarte Maxima daher voneinander trennen kann[1]).

Muß hiernach in einigen Fällen ein abschließendes Urteil über die Identität der durch beide Bestrahlungsweisen erzeugten Spektra noch in suspenso bleiben, so gibt es doch jedenfalls eine Anzahl Körper, bei denen entschiedene Differenzen für die beiden Bestrahlungen auftreten. Für β-Naphthol (Oxynaphthalin, $C_{10}H_7 \cdot OH$) z. B. schließt das Hauptspektrum in den Kathodenstrahlen mit einer hellen grünen Bande bei λ 549 ab. Läßt man aber auf die frische Substanz Quarzstrahlen einwirken, so tritt in dem sonst dunklen Grunde noch ein heller schmaler Streif λ 543 auf. Viel markanter noch erscheint der Unterschied bei Diphenylenoxyd, $\begin{matrix} C_6H_4 \\ | \\ C_6H_4 \end{matrix}\!\!>\!O$[2]). In den Kathodenstrahlen zeigt das Hauptspektrum dieser Substanz einen hellen kannelierungsartigen Orangestreif, dessen Kante bei λ 595 (Mitte 598) liegt. Ein breiter Streif liegt im Orangerot, Mitte etwa 620. Außerdem ist nur noch ein sehr mattes gelbgrünes Feld, das bei λ 565 abschließt, wahrnehmbar. Ruft man das Hauptspektrum aber durch Quarzlicht hervor, so tritt statt des

1) Von den benutzten Salzen, die teilweise noch nicht in den Handelskatalogen geführt werden, verdanke ich eine Anzahl der großen Gefälligkeit von Herrn Dr. James Colman, der dieselben im Chemischen Institut der Berliner Universität für mich herstellte. Einige andere wurden in bereitwilligem Entgegenkommen und zu sehr mäßigen Preisen von der Firma C. A. F. Kahlbaum extra dargestellt.

2) Isomere Substanzen können für gleichstarke Effekte sehr verschiedene Bestrahlungsdauer erfordern. So ist z. B. das Para-Azetotoluid ein viel dankbareres Objekt als die Meta- und die Ortho-Modifikation dieses Körpers. Umgekehrt reagiert die Ortho-Toluylsäure viel leichter als der Para-Körper.

1) Das prismatische Lösungsspektrum des Naphthalins z. B. scheint in vielen Solventien bei ungenügender Lichtstärke aus vier nahe gleichbreiten, gleichartigen Banden zu bestehen. Bei größerer Lichtstärke und engerem Spalt erblickt man an ihrer Statt eine große Anzahl unregelmäßig verteilter, schmaler Streifen auf dunklem Grunde.

2) Eine erste Probe dieser im Handel noch nicht erhältlichen Substanz verdanke ich Herrn Geheimrat R. Meyer, Braunschweig; eine größere Portion erhielt ich durch freundliche Vermittlung des Herrn Dr. R. Staehler aus der Sammlung des Chemischen Instituts der Berliner Universität.

Orangestreifens 595 eine helle gelbe Kannelierung mit der Kante 578 (Mitte etwa 580) auf.

(Wirkt das Quarzlicht auf ein schon mit Kathodenstrahlen behandeltes Material, so tritt ebenfalls die gelbe Bande hell hervor, während die orange Bande allmählich lichtschwächer wird.)

Derartige Erscheinungen sollen bei monochromatischen Erregungen näher untersucht werden.

6. Im ganzen konnte nach dem vorerwähnten Verfahren — Bestrahlung der gekühlten Substanz mit Quarzlicht, dann Prüfung mittels Filterlicht — bei einer sehr erheblichen Anzahl von Körpern das Hauptspektrum hervorgerufen werden. Immerhin kommen dabei auch Substanzen vor, bei denen unter den beschriebenen Verhältnissen auch die hellsten Maxima erst nach relativ langer Bestrahlung (20 bis 30 Min.) erkennbar werden, so daß zur Hervorrufung ihrer Hauptspektra die Methode zwar prinzipiell verwendbar, aber praktisch nur unbequem durchführbar erscheint. Solche wenig erregbare Substanzen sind z. B. Naphthalin, Durol, Azenaphthen. Bei noch anderen Substanzen trat auch bei mehr als halbstündiger Bestrahlung überhaupt noch kein einziges Maximum des Hauptspektrums hervor. Dahin gehören z. B. Toluol, die drei isomeren Xylole, die beiden Naphthoesäuren (α und β) u. a. m.

7. Ein in sehr weitem Umfange wirksames Verfahren ergab sich aber auf Grund eines Gedankenganges, dessen Details ich übergehe; er führte auf die Vermutung, daß die hier untersuchten Körper in gelöstem Zustande ihr Hauptspektrum leichter entwickeln würden, als im konzentriertesten, reinen Zustande. Diese Vermutung bestätigte sich in umfassendem Maße. Insbesondere zeigen auch die sämtlichen oben erwähnten, stark refraktären Substanzen (die Xylole, Toluol, Durol usw.) gelöst und dann, in tiefen Temperaturen mit Quarzlicht behandelt, schon nach verhältnismäßig kurzer Zeit ein detailliertes Hauptspektrum. Das in reinem Zustande nach einer halben Stunde noch völlig reaktionslose Para-Xylol z. B. gab in Alkohol gelöst nach fünf Minuten die hellsten, nach 15 Minuten die sämtlichen in den Kathodenstrahlen gemessenen Maxima des Hauptspektrums. Bei Substanzen, die schon ungelöst binnen wenigen Minuten die hellsten Maxima ihres Hauptspektrums hervortreten lassen, wird in Lösung diese Reaktionszeit bis auf eine Minute oder Bruchteile derselben herabgesetzt. Dabei geht ganz analog wie in den Kathodenstrahlen die Leuchtfarbe der Substanzen aus Blau in die dem Hauptspektrum entsprechende Färbung über (z. B. in Grün bei den Xylolen und bei Durol). Als Lösungsmittel wurde am häufigsten Alkohol, daneben auch Benzol, Chlorbenzol, Äther, bei wasserlöslichen Substanzen (Aminosalzen) auch Wasser verwendet. Dabei ergab sich eine unerwartete Erscheinung. Meine Vermutung, daß durch ultraviolette Strahlen die Hauptspektra gelöster Substanzen hervorzurufen sein würden, bezog sich eigentlich nur auf die sogenannten einkernigen aromatischen Körper, von denen ich früher gezeigt hatte, daß (in den Kathodenstrahlen) die Spektra ihrer Lösungen identisch sind mit den Hauptspektren der ungemischten Substanzen. Anders verhalten sich zwei- und mehrkernige, besonders die sogenannten kondensierten Substanzen. Bei ihnen ist das Lösungsspektrum total verschieden von dem Spektrum der reinen Substanz — etwa in dem Grade, wie die Funkenspektra zweier Elemente aus verschiedenen chemischen Gruppen[1]). Hier glaubte ich, von den (durch flüssige Luft erstarrten) Lösungen bei der Behandlung mit Quarzstrahlen nur das Auftreten des Lösungsspektrums erwarten zu dürfen. In der Tat erscheint das Lösungsspektrum im Anfang der Bestrahlung hell (zur Prüfung wird von Zeit zu Zeit das UV-Filter eingeschaltet) und ohne jede Spur des Hauptspektrums. Allmählich aber ändert sich die Leuchtfarbe; sie nähert sich derjenigen, welche die ungelöste Substanz in den Kathodenstrahlen annimmt, und unverkennbar und hell tritt zugleich das Hauptspektrum der reinen ungelösten Substanz hervor! Gleichzeitig nimmt die Helligkeit des Lösungsspektrums sehr erheblich ab. Diese Erscheinungen sind wohl dahin zu deuten, daß feste Lösungen aromatischer Substanzen durch ultraviolettes Licht wieder in ihre Komponenten zersetzt werden können.

Die Wiedertrennung der beiden Verbindungen scheint aber nicht in allen Fällen so weit zu gehen, daß sie schließlich ohne jede gegenseitige Beeinflussung nebeneinander liegen. Denn es ist zwar bei einer Anzahl kondensierter Verbindungen das auf diese Weise erzielte Hauptspektrum identisch mit dem an der ungelösten Substanz (durch Kathodenstrahlen oder Quarzstrahlen) erzeugten Spektrum. Aber es existieren auch kondensierte Verbindungen, bei denen das an der Lösung erzeugte Hauptspektrum deutliche Differenzen zeigt gegen das Spektrum der ungelösten Substanz, und zwar Differenzen, die wieder je nach der Natur des Lösungsmittels variieren können. Das schon erwähnte Diphenylenoxyd z. B. zeigt, in alkoholi-

1) Für Beispiele vgl. E. Goldstein, Phil. Mag. (6) **19**, 619, 1910.

scher Lösung bestrahlt, als hellstes Maximum seines Hauptspektrums einen schmalen Orangestreif, neben dem ganz schwach ein gelber Streif λ 578 eben noch erkennbar ist; außerdem tritt ein breites grünes, mit einem hellen Maximum bei λ 517 schließendes Feld auf. In Benzol dagegen ist der vorerwähnte gelbe Streifen das Hauptmaximum und der orange Streif ist lichtschwach, in Chlorbenzol und in Äther erscheinen zwei nahezu gleich helle Streifen, während das Maximum 517 in den letzten drei Lösungsmitteln überhaupt nicht zu bemerken ist[1]).

8. Zum Schluß erwähne ich noch eine für die rein optische Hervorrufung der Hauptspektra vielfach sehr förderliche Modifikation des Bestrahlungsverfahrens.

Das in der vorigen Mitteilung[2]) erzielte Ergebnis, daß die Entstehung der Hauptspektra wesentlich auf einer physikalischen Veränderung der Substanzen beruht, führte natürlich zu der Frage nach dem näheren Charakter dieser Veränderung. Verschiedene hypothetische Erklärungen lassen sich aufstellen; ohne Schwierigkeiten ließ sich bisher keine durchführen. Ich lasse sie daher unerwähnt bis auf eine, die wenigstens von heuristischem Werte wurde. — Es liegt gegenwärtig nahe, bei molekularen physikalischen Veränderungen nicht bloß an eine geänderte Lagerung gewöhnlicher materieller Teilchen zu denken, sondern auch an den Einfluß etwa geänderter Zahl und Anordnung der mit ihnen verknüpften elektrischen Teilchen (Elektronen). Man könnte also erwägen, ob den verschiedenen spektralen Zuständen der hier behandelten Substanzen vielleicht ein verschiedener Gehalt an Elektronen entspricht, bzw. ob das Auftreten des Hauptspektrums vielleicht verknüpft ist mit einem Elektronenverlust. Die hier betrachteten Phänomene würden dann in das Gebiet der lichtelektrischen Erscheinungen eintreten. Die scheinbar nächstliegende Form der Prüfung einer solchen Hypothese durch Elektroskop bzw. Elektrometer führt nicht zu so eindeutiger Entscheidung, wie man zunächst erwarten möchte. Denn Stark und Steubing[3]) haben lichtelektrische Wirkungen bei gewöhnlichen Fluoreszenzphänomen aromatischer Substanzen beobachtet, und zwar besonders stark bei Substanzen, bei denen gerade die Vorspektra besonders hell und dauerhaft sind (z. B. Anthrazen und Phenanthren). Günstigstenfalls hätte man also Differenzwirkungen zu ermitteln. Dagegen regt die angeführte Hypothese mit Rücksicht auf bekannte lichtelektrische Erfahrungen zu der Prüfung an, ob etwa die Hauptspektra sich durch Quarzlicht leichter im Vakuum hervorrufen lassen als im lufterfüllten Raume. Dies tritt nun in der Tat in sehr augenfälliger Weise ein. Zur Ausführung der Versuche wurden vorgetrocknete Uviolröhrchen von 8 bis 12 mm Weite etwa $1^1/_2$ bis 2 cm hoch mit der Prüfungssubstanz beschickt, dann die Röhrchen bei gewöhnlicher Temperatur möglichst weit evakuiert und schließlich durch Abschmelzen von der Pumpe getrennt (zwischen Röhrchen und Pumpe war während der Evakuation ein durch flüssige Luft gekühltes *U*-Rohr eingeschaltet). Das Röhrchen wird nunmehr in flüssige Luft getaucht und mit Quarzlicht bestrahlt. Da das letztere von der Bogenlampe bis zum Versuchsrohr bereits eine Luftschicht von $^1/_2$ m Dicke durchsetzt hat, so ist klar, daß nicht etwa eine durch die Evakuation verminderte Absorption der wirksamen Wellenlängen eine merkliche Rolle spielen kann. Gleichwohl werden bei den meisten Verbindungen die Hauptspektra an den evakuierten Röhrchen außerordentlich viel schneller erkennbar als an luftgefüllten Röhrchen. Viele Verbindungen, die im Luftrohr die hellsten Maxima erst nach 10 bis 20 Minuten zeigen, lassen sie an Vakuumsubstanzen schon nach einer einzigen Minute erkennen, und entsprechend werden auch die schwächeren Maxima verhältnismäßig schnell sichtbar. Selbst an sonst sehr refraktären Substanzen, wie Naphthalin und Durol, gelangt man auf diese Weise in relativ kurzen Zeiträumen zu hellen, schön detaillierten Hauptspektren.

Man kann weiter auf Grund der erwähnten Hypothese vermuten, daß auf die erregenden Strahlen ganz besonders schnell, und zwar auch im lufterfüllten Raume, solche Substanzen reagieren werden, welche ein besseres elektrisches Leitungsvermögen besitzen, als die aromatischen Kohlenwasserstoffe, deren Alkohole, Ester u. dgl. Solches stärkeres Leitungsvermögen wird man z. B. von den chlorwasserstoffsauren und ähnlichen Salzen der aromatischen Basen erwarten dürfen. Dies war der Grund, der mich zur Prüfung der oben erwähnten Salze aromatischer Aminobasen führte. Auch hier erfüllte sich die gehegte Erwartung. Die geprüften Salze ließen in der Tat nicht nur im Vakuum, sondern auch schon bei vollem Luftdruck schnell ihr Hauptspektrum erscheinen. — Jedoch gelang es mir bei Quarzbestrahlung nicht, die Entwicklung der Hauptspektra durch einen starken Elektromagneten zu hemmen oder erkennbar zu verzögern.

1) Während die Lösungsspektra vielfach sehr lange und kräftig nachleuchten, erlöschen auch die an festen Lösungen hervorgerufenen Hauptspektra, ganz wie die Hauptspektra der reinen, ungelösten Substanzen, stets sofort beim Abschneiden des Filterlichts.

2) E. Goldstein, Verh. d. D. Phys. Ges. **14**, 32, 1912; diese Zeitschr. **13**, 188, 1912.

3) J. Stark und W. Steubing, diese Zeitschr. **9**, 481, 1908.

Dies ließ mich vermuten, daß das mit einem Elektronenaustritt in Zusammenhang gebrachte rasche Erscheinen der Hauptspektra im Vakuum doch mindestens zu einem großen Teile auf anderen, trivialeren Ursachen beruhen möchte. Ein eingehenderes Studium der Umstände, die zugleich mit der Einführung des Vakuums verknüpft sind, ließ mich in der Tat Erscheinungen von nicht unmittelbar elektrischem Charakter bemerken, die auf das Sichtbarwerden der Hauptspektra von erheblichem Einfluß sein können. Die Ergebnisse dieses Studiums sollen in einer späteren Mitteilung eingehender dargelegt werden. Für jetzt bemerke ich nur, daß die starke Evakuierung der Versuchsröhren z. B. zu einer sehr starken Verminderung der Wärmeleitung des Mediums führt. Dadurch wird die Abkühlung in flüssiger Luft so erheblich verlangsamt, daß vakuum- und luftumhüllte Substanzen sehr verschiedene Temperatur auch noch nach längerer Einsenkung in flüssige Luft besitzen können. Wie gewisse Lumineszenzverhältnisse, die hier in Betracht kommen, durch die Temperatur der Versuchssubstanz beeinflußt werden können, soll später eingehender beschrieben werden. Es wird dann näher zu erörtern sein, wie weit daneben noch spezifische Wirkungen des Vakuums anzunehmen sind. Zunächst beschränke ich mich darauf, die Tatsache, daß für zahlreiche Substanzen das Hauptspektrum im Vakuum viel schneller bzw. heller und detaillierter erscheint, als eine für die Technik der Versuche nützliche Erfahrung zu registrieren.

(Eingegangen 18. Mai 1912.)

Die Ionisierung von Gasen durch Licht und das Funkenspektrum des Aluminiums im Gebiete der Schumannstrahlen.

(The Ionisation of Gases by Light and the Spark Spectrum of Aluminium in the Schumann Region.)

Von Theodore Lyman.

(Mit Tafel XXIII.)

Die kürzlich im Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik[1]) erschienene Übersicht der Untersuchungen über die Ionisierung von Gasen durch Licht läßt mich vermuten, daß ein paar Bemerkungen über die Spektren von Lichtquellen, die bei diesen Versuchen zur Verwendung gelangen, von Interesse sein dürften.

Auf diesem Gebiete ist die Arbeit von Lenard von der größten Bedeutung. Da nun Lenard einen sehr kräftigen Funken zwischen Aluminiumelektroden in Luft benutzt hat, wollen wir das Funkenspektrum dieses Metalles im Gebiete der Schumannstrahlen betrachten. Fig. 1 zeigt ein Spektrum, das von einem Aluminiumfunken in einer Wasserstoffatmosphäre erhalten worden ist. Ich habe es hier wiedergegeben, weil es die Struktur des Spektrums zwischen $\lambda = 1600$ Å.-E. und $\lambda = 1870$ Å.-E. veranschaulicht. Einige der Linien, die es aufweist, hat bereits Handke[1]) gemessen. Eine ausführliche Schilderung meiner Arbeiten über dieses Spektrum wird demnächst im Astrophysical Journal erscheinen.

Fig. 2 habe ich von einem Aluminiumfunken in Luft in der Weise gewonnen, daß ich die Elektroden so dicht an das Fenster meines Vakuum-Gitterspektrographen heranbrachte, daß die Entladung über die Oberfläche des Fluorits hinwegstrich. Eine Exposition von sechs Minuten Dauer zerstörte das Fluoritfenster, lieferte aber das Spektrogramm, das in der Fig. 2 wiedergegeben ist.

Die Verteilung der Linien, wie sie dieses Spektrum aufweist, liefert eine ausgezeichnete Erklärung der Lenardschen Ergebnisse, wie sie in folgendem Satze zum Ausdruck gebracht worden sind[2]): „Die auf Luft wirksamen Strahlen werden also zum weitaus größten Teile durch Quarz absorbiert, und zwar außerordentlich viel stärker durch den Quarz als durch die gleich dicke Luftschicht, welche er ersetzte.“ Wie ich gezeigt habe[3]), ist eine ein bis zwei Millimeter dicke Quarzplatte bis $\lambda = 1600$ Å.-E. hinunter ganz durchsichtig, aber im Gebiete der Wellenlängen von weniger als $\lambda = 1400$ Å.-E. absolut undurchlässig. Andererseits geht aus meiner Arbeit über die Absorption der Luft[4]) hervor, daß dieses Gas zwischen $\lambda = 1400$ Å.-E. und $\lambda = 1550$ Å.-E. sehr undurchsichtig ist, in der Nähe von 1350 Å.-E. aber seine Durchsichtigkeit wieder anzunehmen beginnt. Berücksichtigt man daher alle diese Punkte, so erscheint es wahrscheinlich, daß die aktiven Strahlen, von denen Lenard spricht, hauptsächlich durch die starke Liniengruppe in der Nähe von 1300 Å.-E. vertreten werden; Licht von dieser Wellenlänge würde nämlich von dem Quarz vollkommen absorbiert werden, könnte aber bei Verwendung einer kräftigen Lichtquelle durch eine Luftschicht von einem Millimeter Stärke hindurch leicht nachgewiesen werden.

Die Energie des Funkens war bei meinem Versuche weit geringer als die von Lenard an-

1) Jahrb. d. Rad. u. Elektr. **9**, 111, 1912.

1) Inaug.-Diss., Berlin 1909.

2) Sitzungsber. d. Heidelb. Akad. d. Wiss., Math.-Nat. Kl., 1911, 24. Abh., S. 19.

3) Astrophys. Journ. **25**, Nr. 1.

4) Astrophys. Journ. **27**, Nr. 2.

gewandte. [Mein Umformer braucht im Primärkreise 4 bis 5 Ampere bei 110 Volt, und die Kapazität der Sekundärspule ist 0,025 Mikrofarad.] Indessen glaube ich, daß, wenn nicht eine starke Zunahme der Energie der Strahlungsquelle die Energieverteilung auf die Linien vollständig verändert, das hier gezeigte Spektrum nicht weit von dem Spektrum verschieden ist, das man mit dem Apparat von Lenard erwarten darf.

Fig. 3 zeigt das Spektrum einer Vakuumröhre, die Wasserstoff unter einem Drucke von ungefähr 2 mm enthielt und von einem Umformer aus bedient wurde, der keine Kapazität im Stromkreise enthielt und einen Strom von ungefähr 10 Milliampere verbrauchte. Diese Figur veranschaulicht den großen Vorteil dieser Lichtquelle vor dem Aluminiumfunken in Luft bei allen Versuchen über Volumenionisation. Die Energie ist im Wasserstoffspektrum im wirksamen Gebiet von $\lambda = 1300$ Å.-E. bis $\lambda = 1600$ Å.-E. nahezu gleichförmig verteilt; der Aluminiumfunke dagegen besitzt in diesem Teile des Spektrums nur einige wenige starke Linien. Ein Vergleich der Fig. 2 und 3 zeigt daher sogleich, weshalb Palmer[1]) mit einer Vakuumröhre nahezu ebenso starke Volumenionisation erzielte, wie Lenard mit seinem sehr kräftigen Umformer erhalten hat.

Es dürfte sich empfehlen, vorsichtshalber hinzuzufügen, daß mit Kohlenoxyden gefüllte Vakuumröhren ihrer mangelnden Konstanz wegen für Arbeiten über Ionisation nicht geeignet sind. Eine in geeigneter Weise mit Wasserstoff gefüllte Röhre wird dagegen monatelang konstant bleiben, falls sie nicht überhitzt wird.

1) Phys. Rev. **32**, 1, 1911.

Jefferson Physical Laboratory, Harvard-Universität, im Mai 1912.

(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 28. Mai 1912.)

Ein neuer Fall von Koppelung kurz- und langwelliger Fluoreszenzbanden.

Von M. Gelbke.

Nach einer von J. Stark[1]) vertretenen Auffassung von dem Bandenspektrum sind zwei Arten von Banden zu unterscheiden. Ein Merkmal für diese Unterscheidung ist das Verhalten der Banden in Fluoreszenz. Wird nämlich Licht allein in den sogenannten langwelligen Banden zur Absorption gebracht, so besitzt die Fluoreszenz in ihnen keinen merkbaren Betrag; dagegen hat Lichtabsorption in den kurzwelligen Banden sowohl in diesen selbst wie in den mit ihnen gekoppelten langwelligen Banden Fluoreszenz zur Folge. Eben aus diesem gleichzeitigen Auftreten der Fluoreszenz in zwei Banden, von denen primär nur die eine durch Lichtzufuhr angeregt wird, ist auf eine Koppelung zwischen den Schwingungen der emittierenden Elektronen in den zwei Banden zu schließen. Eine kurzwellige Bande hat kleinere Wellenlängen als die mit ihr gekoppelte langwellige Bande. Außerdem ist die Absorption in jener viel intensiver als in dieser.

W. Steubing[1]) hat in der Fluoreszenz des Quecksilberdampfes bereits ein Beispiel für die Koppelung von lang- und kurzwelligen Fluoreszenzbanden aufgefunden. Hier soll ein neues Beispiel für diese Erscheinung mitgeteilt werden.

Im Anschluß an eine Arbeit über die Absorptionsbanden der Karbonylgruppe in aliphatischen Verbindungen wurde auch die Fluoreszenz einiger typischer Ketone bez. Ketonsäureester spektrographisch untersucht. Daß derartige Ketone durch Absorption ultravioletten Lichtes auch zu sichtbarer Fluoreszenz angeregt werden können, wurde bereits von J. Stark und W. Steubing[2]) festgestellt. Indes beschränkten sich diese Autoren auf die okulare Beobachtung, konnten also ultraviolette Fluoreszenzbanden nicht auffinden; auch fehlte damals eine eingehende Untersuchung der Absorption.

An anderem Orte soll die von mir benutzte Versuchsanordnung ausführlich beschrieben werden. Hier seien nur folgende wesentliche Angaben über die Versuchsanordnung mitgeteilt. Als Lichtquelle diente ein intensiver Funke zwischen Polen aus einer Eisen-Wolframlegierung; von ihm wurde mittels einer Quarzlinse ein Bild in der zu untersuchenden Substanz dicht vor dem Spalt eines Spektrographen entworfen; dessen Kollimatorrohr stand senkrecht

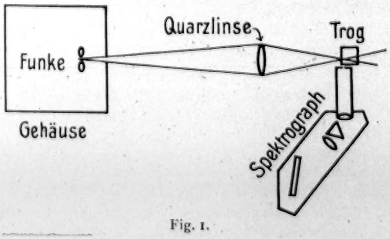


Fig. 1.

1) J. Stark, Die elementare Strahlung, S. 111, 224. S. Hirzel, Leipzig 1911.

1) W. Steubing, diese Zeitschr. **10**, 787, 1909.
2) J. Stark u. W. Steubing, diese Zeitschr. **9**, 661, 1908.

zur Achse des primären Lichtbündels, wie es aus Fig. 1 zu ersehen ist. Der Spektrograph besaß zwei Flußspatobjektive von 2 cm Durchmesser und 20 cm Brennweite für gelbes Licht und ein 3 cm hohes Flußspatprisma von 60° brechendem Winkel. Die auf Absorption und Fluoreszenz zu untersuchenden Ketone wurden in reinstem Äthylalkohol gelöst, nämlich Azeton (CH_3COCH_3), Diazetyl ($CH_3COCOCH_3$) und Äthylencyanid-mono-oxalester[1]) ($N_2H_3C_3COCO_2C_2H_5$). Es wurde die Fluoreszenz einer jeden Substanz für eine Reihe von Konzentrationen aufgenommen; in der Fig. 2 sind diejenigen

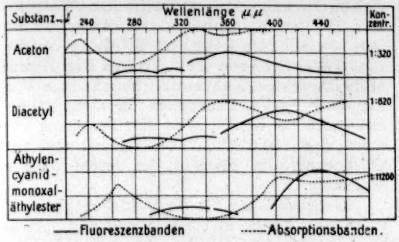


Fig. 2.

Aufnahmen graphisch mitgeteilt, welche gleichzeitig die zwei Arten von Banden in guter Entwicklung lieferten. Die Expositionsdauer betrug 1,5—2 Stunden. Die ausgezogenen Kurven in der Figur bedeuten die Fluoreszenzbanden, die gestrichelten die Absorptionsbanden. Die Höhe der Ordinate mißt in willkürlichem Maße die Schwärzung der Fluoreszenzbanden für die untersuchte Konzentration; für die Absorptionsbanden ist die Ordinate ein Maß der Konzentration, welche bei 12 mm Schichtdicke das verwendete Funkenlicht in der zugeordneten Wellenlänge eben noch durchläßt.

Wie die Kurven der Fig. 2 ersehen lassen, besitzen die drei Substanzen je eine intensive Absorptionsbande im Ultraviolett und eine weniger intensive Bande bei längeren Wellen. Wird in jener kurzwelligen Bande Licht zur Absorption gebracht, so gibt sie Fluoreszenzlicht aus und gleichzeitig kommt dann auch die langwellige Bande zur Fluoreszenz; wird dagegen nur in dieser Licht absorbiert, so ist keine Fluoreszenz zu beobachten. Die Zentren der Absorptions- und Fluoreszenzbanden dieser Substanzen sind nach Starks Darlegungen[1]) die Valenzelektronen des Sauerstoffs, die schwach an Kohlenstoff gebunden sind.

Der Umstand, daß für die in der Fig. 2 angegebene Konzentration die Intensität der kurzwelligen Fluoreszenzbande sehr viel kleiner ist als diejenige der langwelligen, hat, wie Stark[2]) dargetan hat, seinen Grund in der verschiedenen Absorption, welche das nach außen zum Beobachter dringende Fluoreszenzlicht auf seinem Wege in der Substanz erfährt. Diese Absorption ist in der kurzwelligen Bande viel größer als in der langwelligen. Darum ist bei großen Konzentrationen nur die langwellige Bande zu beobachten. Mit abnehmender Konzentration erscheint auch die kurzwellige Bande, ihre Intensität wird noch größer, wenn die langwellige Bande bereits maximale Intensität angenommen hat. Bei weiter abnehmender Konzentration verschwindet diese nahezu, die andere behält zunächst noch eine erhebliche Intensität, um dann ebenfalls zu verschwinden. Diese Verhältnisse sind leicht durch folgende Gleichung klar zu machen. Die beobachtbare Fluoreszenzintensität F ist erstens proportional der in der Volumeneinheit absorbierten Lichtmenge L, zweitens proportional $e^{-\varkappa l}$, wo $\varkappa$ der Absorptionsindex einer Wellenlänge des Fluoreszenzlichtes, l die Weglänge des Fluoreszenzlichtes in der Substanz ist. Es ist also $F = C\,L\,e^{-\varkappa l}$. Sowohl L wie $\varkappa$ nehmen mit zunehmender spez. Zahl n der absorbierenden Moleküle zu. Die Fluoreszenzintensität muß demnach ein Maximum gemäß der Gleichung haben $\frac{dL}{dn} - \varkappa l L \frac{d\varkappa}{dn} = 0$. Daraus, daß die kurzwellige Fluoreszenzbande noch eine erhebliche Intensität besitzt, wenn die langwellige bereits verschwunden ist, läßt sich folgern, daß der Proportionalitätsfaktor C für jene größer als für diese ist.

1) Herr Prof. W. Wislicenus, der diese Substanz entdeckt hat (Ber. d. D. Chem. Ges. **41**, 3757, 1908), hatte Herrn Prof. Stark eine größere Probe von ihr für die vorliegende Untersuchung zur Verfügung gestellt.

1) Jahrb. d. Rad. u. El. **9**, 23, 1912.

2) J. Stark u. W. Steubing, diese Zeitschr. **9**, 481, § 8, 1908.

Aachen, Physik. Inst. d. Techn. Hochschule, Mai 1912.

(Eingegangen 25. Mai 1912.)

Über elektrische und mechanische Schubflächen in Metallen.

Von J. Stark.

Nach der von mir vor längerer Zeit aufgestellten Valenzhypothese[1]) ist der Ursprung der Kohäsion zwischen endlichen Volumen-

1) J. Stark, diese Zeitschr. **9**, 85, 1908; Jahrb. d. Rad. u. El. **5**, 124, 1908.

elementen fester Körper in den Valenzkräften der chemischen Atome zu suchen. Nach dieser Hypothese liegen nämlich an der Oberfläche der chemischen Atome gegenüber relativ ausgedehnten positiven Sphären punktförmige abtrennbare Valenzelektronen; die von diesen ausgehenden elektrischen Kraftlinien binden Atome zu Molekülen zusammen (innermolekulare Bindung, innermolekulare Kraftlinien), indem sie zum Teil an positive Sphären des eigenen Atoms geheftet bleiben, zum Teil an positive Sphären fremder sich ketten. Während im gasförmigen Zustand alle Kraftlinien der Valenzelektronen innermolekular verlaufen, tritt im flüssigen und vor allem im festen Zustand ein Teil ihrer Kraftlinien aus dem eigenen Molekül heraus, heftet sich an benachbarte Moleküle (zwischenmolekulare Kraftlinien) und bindet sie zu einem festen Aggregat zusammen.

Verschiedene chemische Elemente unterscheiden sich nach dieser Valenzhypothese nicht allein nach der Zahl der Valenzelektronen an ihrer Atomoberfläche, sondern auch nach der Form des Valenzkraftfeldes. So besteht ein Unterschied in der Valenzqualität eines metallischen und eines metalloidalen einwertigen Atoms darin, daß bei dem metallischen Atom das Valenzelektron (Fig. 1) von seiner zugeordneten positiven Sphäre weiter entfernt ist und seine Kraftlinien in ein größeres Volumen ausbiegen läßt als das Valenzelektron des metalloidalen Elements (Fig. 2).

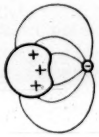


Fig. 1.

Fig. 2.

Aus der vorstehenden Annahme über die Valenzqualität des Metallatoms ergeben sich bemerkenswerte Folgerungen für die Anordnung der Valenzelektronen in festen Metallen auf Flächen (Schubflächen), auf welchen sie von beliebig kleinen elektrischen Kräften im elektrischen Strome verschoben werden können. Die hieraus folgenden neuen Anschauungen über die metallische Leitung[1]) setzen sich in einen auffallenden Gegensatz zur gaskinetischen Elektronentheorie der Metalle. Während nämlich nach dieser die Leitungselektronen in den Metallen analog Gasmolekülen auf relativ großen Wegstrecken allseitig kräftefrei laufen können, sind nach der neuen Theorie die Leitungselektronen der Metalle nur auf ausgezeichneten Schubflächen im Zusammenhang miteinander verschiebbar, gleichzeitig bleiben ihre Valenzlinien in den zu diesen Flächen senkrechten Richtungen an die positiven Sphären der Metallatome gebunden und halten gegenüber äußeren Kräften den Zusammenhang zwischen den Volumenelementen auf den zwei Seiten der Schubflächen aufrecht. Die Valenzelektronen der Metalle bedingen also durch ihre Lage auf Schubflächen die metallische Leitung der Elektrizität und gleichzeitig durch ihre zwischenmolekulare Bindung an die positiven Sphären der Atome die Kohäsion im festen Zustande. Durch diese Verknüpfung zweier Funktionen in den Valenzelektronen der Metalle wird eine Beziehung zwischen dem elektrischen Leitvermögen und der Erscheinung des Fließens der festen Metalle hergestellt.

Als Schubfläche für die elektrische Leitung wurde eine Fläche in einem Metall und speziell in einem Metallkristall definiert, auf und längs welcher die Valenzelektronen von einer beliebig kleinen elektrischen Kraft verschoben werden können. In Fig. 3 ist schematisch eine Anordnung der Valenzelektronen zwischen den positiven Atomen auf Schubflächen (Schnitt mit Zeichenebene gestrichelt) dargestellt. Die Möglichkeit der Anordnung der Valenzelektronen auf elektrischen Schubflächen ist in der Valenzqualität des Metallatoms zu suchen; infolge ihres großen Abstands von den positiven Sphären der eigenen Atome vermögen sich nämlich in einem Metall die Valenzelektronen so zu lagern, daß sie ihre Kraftlinien angenähert symmetrisch zwischen den benachbarten Atomen verteilen können.

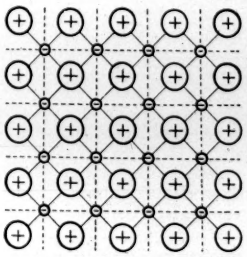


Fig. 3.

1) J. Stark, Jahrb. d. Rad. u. El. **9**, 188, 1912.

Unter einer mechanischen Schubebene (Translationsebene nach O. Mügge) sei nun eine Ebene in einem Kristall verstanden, längs welcher das auf der einen Seite der Ebene liegende Kristallstück relativ zu dem auf der anderen Seite liegenden Kristallstück ohne gleichzeitige Drehung durch eine äußere Kraft verschoben werden kann. Ohne weiteres sieht man ein, daß eine ebene elektrische Schubebene in einem Metallkristall gleichzeitig eine mechanische Schubebene sein muß. Denn wenn durch eine beliebig kleine elektrische Kraft die Elektronenschicht in einer Schubebene relativ zu den auf ihren zwei Seiten liegenden Kristallstücken in sich verschoben werden kann, so muß auch ein Kristallstück auf der einen Seite der Schubebene, sei es mit, sei es ohne die Elektronenschicht in der Schubebene, längs dieser durch eine mechanische Kraft verschoben werden können.

Die vorstehenden Überlegungen gelten, wie wohl zu beachten ist, für einen einzelnen Metallkristall. Sind nun zahlreiche Metallkristalle in beliebiger Orientierung, aber in unmittelbarer Berührung zusammengefügt, so lassen sich wohl die Valenzelektronen von einer Schubebene eines Kristalls auf eine dazu geneigte Ebene eines angrenzenden Kristalls von einer beliebig kleinen Kraft hinüberschieben, es bauen sich also wohl die elektrischen Schubebenen kontinuierlich zu Schubflächen zusammen, so daß das Elektronengitter auch in einem Metallkristallgemenge von einer beliebigen kleinen elektrischen Kraft verschoben werden kann. Dies gilt indes nicht mehr für die mechanische Schiebung; infolge der Raumerfüllung der Stücke eines Kristalls kann ein Stück eines Kristalls nicht auf eine zu seiner eigenen geneigten Schubebene eines angrenzenden Kristalls hinübergeschoben werden, ohne daß eine Drehung oder eine Teilung des Kristallstücks erfolgt entgegen einer ein Maximum erreichenden Kraft. Und wird andererseits an einem einzelnen Kristall eine mechanische Schiebung vorgenommen, so muß an der Grenzlinie der Schubebene bei der Trennung der Kristallstücke während ihrer Verschiebung eine rücktreibende maximale Kraft überwunden werden. Es ist somit nicht möglich, direkt experimentell zu zeigen, daß sich der mechanischen Verschiebung längs einer Schubebene keine Kräfte in dieser entgegenstellen, daß also die Schiebung innerhalb der Schubebene einzelner Kristalle von beliebig kleinen mechanischen Kräften bewirkt werden kann.

Indes wird zunächst die Folgerung über das Vorkommen von mechanischen Schubebenen durch die Erfahrung vollauf bestätigt. So hat O. Mügge[1]) bei einer Reihe von makroskopischen Metallkristallen das Vorkommen dieser Strukturflächen festgestellt. Da einerseits an einem Kristall mehrere sich schneidende Schubebenen vorkommen und die Schiebung längs einer jeden, selbst an großen Kristallen, nur eine sehr kleine Kraft erfordert, so hatte Mügge große Schwierigkeiten, gut ausgebildete Translations-(Schub-) Streifen an der Oberfläche nachzuweisen. Es mögen hier folgende Angaben Mügges im Wortlaut mitgeteilt werden: „An Kristallen von Gold erkennt man bei mäßiger Vergrößerung sehr feine Streifen, welche auf den Würfelflächen den Diagonalen, auf den Oktaederflächen parallel ihren Kanten, auf den Rhombendodekaederflächen parallel ihren langen Diagonalen und senkrecht zu ihren Kanten verlaufen. Feine Streifen nach anderen Richtungen kommen nicht vor; sie entsprechen also in ihrer Gesamtheit den Trassen der Oktaederflächen auf den genannten Formen. Nur ungerollte Kristalle mit glänzenden Flächen zeigen sie, solche mit schwärzlichem oder anderem Überzug werden durch Putzen zur Beobachtung nicht tauglich, da selbst vorsichtiges Reiben mit weichem Leder die Streifen schon verwischt. Sie erscheinen meist massenhaft, in dicht gedrängten Scharen einander parallel ziehend oder sich durchkreuzend und die gröbere und feinere mikroskopische Struktur der Oberfläche durchquerend. Sie häufen sich namentlich längs verbogenen Ecken und Kanten, wo die Oberfläche ganz in sie gewissermaßen aufgelöst erscheint, sie sind aber so fein, daß es selbst unter dem Mikroskop nur selten gelingt, einen einzelnen Streifen von einer Fläche auf die benachbarten zu verfolgen". — „Versuche, die Translationsrichtung durch Experiment sicherer festzustellen, waren erfolglos. Die Lamellen entstehen zwar außerordentlich leicht und zahlreich bei jedem kleinen Druck, indessen läßt sich die Druckrichtung an den kleinen Kristallen ($^1/_2$ mm) nicht so regulieren, daß sie nur nach Ebene {111} sich bilden und längs dieser weit fortsetzen, denn in der Nähe der Druckstelle findet allemal sofort auch eine erhebliche Biegung statt, so daß die Translation anscheinend schon in geringer Entfernung von der Druckstelle ($^1/_2$ mm) zum Stillstand kommt oder doch von der Druckrichtung abweicht".

An den mikroskopischen Kristallitflächen auf Metallschliffen haben J. A. Ewing und W. Rosenhain[2]) die Ausbildung von Schiebungen oder Schubstreifen selbst bei kleinen deformierenden Kräften nachgewiesen.

1) O. Mügge, Gött. Nachr. 1899, Heft 1.

2) J. A. Ewing u. W. Rosenhain, Phil. Trans. **193**, 353, 1900.

Auf Grund der Untersuchungen von Mügge, Ewing und Rosenhain ist es wahrscheinlich, daß in den makroskopischen Kristallen wie in den kleinen Kristalliten von Schmelzflüssen aller Metalle mechanische Schubebenen vorkommen, wie es das Vorkommen elektrischer Schubflächen folgern läßt.

Die Folgerung, daß die mechanische Schiebung innerhalb der Schubebene von einer beliebig kleinen Kraft bewirkt wird und lediglich wie die elektrische Strömung eine Bewegungsdämpfung erfährt, wird durch die Erfahrung zum mindesten wahrscheinlich gemacht. Erstens sei in dieser Hinsicht auf Müggés Angaben verwiesen, daß an makroskopischen Metallkristallen selbst sehr kleine Kräfte bereits erhebliche Schiebungen hervorbringen. Zweitens wird nachstehende theoretische Folgerung durch die Erfahrung über das Fließen der Metalle bestätigt.

Da innerhalb der Schubebenen der Metallkristalle einer äußeren schiebend wirkenden Kraft keine wechselseitige innere Kraft zwischen den relativ zueinander geschobenen Kristallebenen sich entgegenstellt, sondern nur an den Rändern der zwei Ebenen, wo sie an Luft oder an andere Kristallebenen grenzen, so ist die eben ausreichende äußere Kraft, welche eine Schiebung hervorbringen soll, für den einzelnen Kristall unabhängig von der Größe seiner Schnittfläche parallel Schubebenen. Für ein Gemenge beliebig orientierter Kristallite ist sie um so größer, je größer die Gesamtheit ΣF_g der Grenzflächen der Kristallite in einem Volumenelemente dv im Verhältnis zu dv ist; sie, die Fließkraft K_f für eine bestimmte Beanspruchung, kann jedenfalls in erster Annäherung proportional $\frac{\Sigma F_g}{dv}$ gesetzt werden. Nun wächst $\frac{\Sigma F_g}{dv}$ (Grenzfläche der Kristallite in der Volumeneinheit, „Körnigkeit") mit der Zahl der Kristallkörner in der Volumeneinheit; demnach nimmt auch die Fließkraft, für welche das Fließen eines Metallstückes für eine gewisse Beanspruchung beginnt, mit der spez. Zahl der Kristallkörner oder mit der Körnigkeit zu. Wird darum die Körnigkeit eines Metalls durch Kaltrecken (Kaltbearbeitung) oder durch rasche Abkühlung vergrößert, so nimmt die Fließkraft (Fließgrenze) zu; wird umgekehrt die Körnigkeit eines so behandelten Metalls durch Glühen verkleinert, so nimmt die Fließkraft wieder ab. Diese theoretischen Folgerungen werden nun durch die Erfahrung durchaus bestätigt.

Einmal besteht nämlich das Fließen der Metalle, wie Ewing und Rosenhain (a. a. O.) und G. Tammann[1]) dargelegt haben, in einer Schiebung der Stücke der Kristallite längs Schubflächen relativ zueinander. Dadurch nimmt, wie die mikroskopische Untersuchung durch verschiedene Forscher, insbesondere durch Heyn[1]) ergeben hat, die Körnigkeit zu. Umgekehrt vermindert Glühen die Körnigkeit. Sodann haben zahlreiche Untersuchungen verschiedener Forscher[2]) festgestellt, daß die Fließkraft (z. B. Fließgrenze $\frac{\text{kg}}{\text{mm}^2}$ bei Dehnung) mit zunehmendem Maß des Kaltreckens, also mit zunehmender Körnigkeit, wächst und daß Glühen die Fließkraft wieder erniedrigt.

Besonders groß muß gemäß obigen Folgerungen der Unterschied zwischen der Fließkraft eines makroskopischen Metallkristalls, wie sie Mügge untersuchte, und der Fließkraft eines gleich großen und gleich geformten Metallstückes aus einem feinkörnigen Schmelzfluß sein. In der Tat fängt nach Müggés Beobachtungen ein Goldkristall bereits unter einer sehr kleinen Kraft zu fließen an, im Vergleich zu der Kraft, welche feinkörniges Gold unter sonst gleichen Verhältnissen zum Fließen bringt.

Zum Schluß sei noch zur Vermeidung von Mißverständnissen der Unterschied des Metalls vom Nichtmetall hinsichtlich des Vorkommens von elektrischen und mechanischen Schubflächen charakterisiert. Wie ich a. a. O. dargelegt habe und wie die schematische Fig. 4 zeigt, liegen

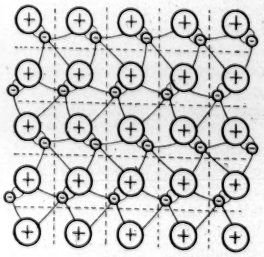


Fig. 4.

beim Nicht- oder Teilmetall die Valenzelektronen, welche die zwischenmolekulare Bindung vermitteln, wenigstens bei tiefer Temperatur nicht auf elektrischen Schubflächen; sie können im elektrischen Strom nur dadurch verschoben werden, daß sie durch die thermische Energie des Aggregats zum Teil auf Schubflächen ge-

1) G. Tammann, Gött. Nachr. 1911.

1) Literatur: Martens-Heyn, Materialienkunde für den Maschinenbau II A. J. Springer, Berlin 1912.

2) Vergl. insbesondere P. Goerens, Carnegie Schol. Mem. III, 320—434 (for 1911).

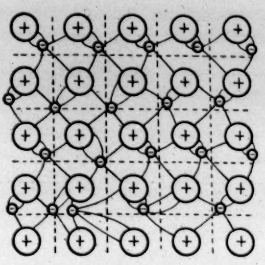


Fig. 5.

hoben werden, wie Fig. 5 zeigt. Nun gibt es auch nichtmetallische Kristalle[1]), welche mechanische Schubebenen besitzen; wird bei diesen durch eine äußere Kraft eine Schiebung bewirkt, so bleiben die Valenzelektronen an ihren Molekülen haften; sie können nicht allein ohne ihre Moleküle elektrisch verschoben werden. Bei Nichtmetallen liegen also die Valenzelektronen, welche die zwischenmolekulare Bindung vermitteln, nicht auf mechanischen Schubebenen wie bei Metallen. Ferner mag noch folgender Unterschied bestehen. Wie oben dargelegt wurde, stellt sich bei einem Metallkristall einer Schiebung keine Kraft parallel der Schubebene innerhalb dieser entgegen. Bei der Schiebung in einem Nichtmetall mag sich (vergl. Fig. 4) beim Anwachsen der Schiebung parallel der Schubebene bis zum halben Molekülabstand eine erst anwachsende, dann wieder abnehmende Gegenkraft entwickeln, die beim Überschreiten des halben Molekülabstandes ihr Vorzeichen umkehrt und die zwei Kristallgitter wieder in die stabile relative Lage schiebt (Verschiebung um einen ganzen Molekülabstand). Ist dies der Fall, dann tritt bei einem solchen Kristall eine Schiebung erst oberhalb eines Schwellenwertes einer äußeren mechanischen Kraft ein, und dieser Schwellenwert wächst mit dem Kristallquerschnitt, längs dessen die Schiebung erfolgt.

1) O. Mügge, N. Jahrb. f. Min. 1889, I, S. 130; 1892, II, S. 91; 1894, I, S. 106; 1895, II, S. 211; 1906, I, S. 91; Gött. Nachr. 1897, Heft 1, 1910, 23. Juli.

Aachen, Physik. Inst. der Techn. Hochschule, 20. Mai 1912.

(Eingegangen 7. Juni 1912.)

Über ein neues Wattmeter für schwache Wechselströme.

Von W. Gerlach.

Kürzlich[1]) habe ich einen einfachen absoluten Strahlungsmeßapparat mitgeteilt. Im folgenden will ich eine Modifikation der früheren Anordnung beschreiben, wie sie als Meßinstrument für schwache Wechselströme dienen kann[2]).

Das Prinzip ist folgendes: Der zu messende Strom wird durch zwei zueinander parallel liegende, hinter- oder nebeneinander geschaltete dünne Metallstreifen geschickt, zwischen denen, durch Luft isoliert, die temperaturempfindlichen Lötstellen einer Thermosäule liegen, die mit einem Galvanometer verbunden ist. Von den durch Strom erwärmten Streifen geht nach beiden Seiten Wärme durch Leitung, Konvektion und Strahlung weg; gemessen wird von der Thermosäule nur die nach innen weggehende Wärmemenge, während die nach außen gehende Wärme verloren geht. Damit erstere möglichst groß, letztere möglichst klein wird, liegen die Streifen sehr nahe an den Lötstellen und sind innen geschwärzt, nach außen blank, so daß wenigstens der Verlust durch Strahlung nach außen auf ein Minimum reduziert wird.

Die Konstruktion des Apparats ist aus Fig. 1, S. 590, zu ersehen. Ein runder Schieferrahmen I (Fig. 1a), einige Millimeter dick, 65 mm Durchmesser, mit rechteckigem Ausschnitt 46×20 mm, trägt eine modifizierte[3]) Paschensche Thermosäule[4]). Sie besteht aus 39 auf ca. 2 μ ausgewalzten, mit Silber hartgelöteten Eisenkonstantanelementen, deren mittlere, d. h. temperaturempfindliche Lötstellen auf eine Breite von ungefähr 3 mm gleichmäßig verteilt sind.

Die Thermosäule ist so aufgelegt, daß in der Längsrichtung oben und unten ein Raum von 8×20 mm frei bleibt. Die Galvanometerzuleitung geschieht durch Kupferstifte, die in Kupferblöcke im Rahmen, welche auf der anderen Seite die Enden der Thermosäule tragen, eingeschraubt sind. Die Anordnung der Meßstreifen auf Rahmen II und III ist aus Fig. 1b und 1c zu ersehen. Rahmen II sitzt durch einen angedrehten Rand auf der die Thermosäule tragenden Seite des Rahmens I auf, ohne die Kittstellen der Elemente zu berühren. Sein Ausschnitt von 30×20 mm läßt gerade die mit Elementen belegte Fläche von Rahmen I frei. In den Rahmen diametral eingelassene Kupferschrauben tragen je ein Kupferplättchen, auf

1) W. Gerlach, Ann. d. Phys. **38**, 1, 1912.
2) Diese Arbeit ist auf gütige Anregung von Herrn Prof. F. Paschen unternommen.
3) W. Gerlach, Ann. d. Phys. **38**, 3–5, 1912.
4) F. Paschen, Ann. d. Phys. **33**, 736, 1910.

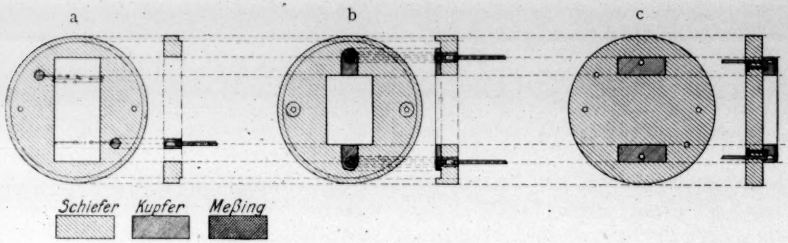


Fig. 1.

die in Richtung der temperaturempfindlichen Lötstellen eine 3—4 mm breite Metallfolie aufgelötet ist. Rahmen III trägt auf zwei Kupferblöcken, die den nicht mit Elementen belegten Raum auf Rahmen I ausfüllen, ebenfalls auf zwei aufgeschraubten Kupferplättchen einen zweiten Metallstreifen gleicher Dimension. Der Rahmen liegt auf der unbelegten Seite von Rahmen I auf; die Kupferblöcke ragen so weit in den Ausschnitt, so daß der Streifen der Thermosäule von hinten möglichst genähert wird.

Die die Metallstreifen tragenden Kupferplättchen sind so gerichtet, daß die Streifen so nahe als irgend möglich an den Elementen der Thermosäule liegen, ohne diese noch zu berühren. Die Thermosäule hat einen Widerstand von 40 Ω, sie ist beiderseits mit Terpentinkampfer Ruß geschwärzt. Die Streifen (in dem als Messungsbeispiel dienenden Fall Platinfolie von 2 μ Dicke, 3,5 mm breit und 30 mm lang) hatten einen Widerstand von ca. 1,0 Ω (hintereinander geschaltet) bzw. ca. 0,25 Ω (parallel geschaltet); sie sind auf der — der Thermosäule zugewandten — Innenseite mit Lummer-Kurlbaumscher Lösung platiniert[1]), während die Außenseiten aus dem oben erörterten Grunde blank sind. Die Stromzuleitungen des Streifens auf Rahmen II werden in die zum Halten des Streifens dienenden Kupferschrauben eingeschraubt, die Zuleitungen zum anderen Streifen sowie zur Thermosäule sind durch Bohrungen im Rahmen III hindurchgeführt. Die auf konstanter Temperatur zu haltenden Lötstellen sind beiderseits mit innen geschwärzten, außen blanken Kupferblechstreifen umgeben. Der Raum hinter den Streifen ist durch eingesetzte Messingbleche möglichst reduziert; jedoch dürfen diese wegen der durch sie verursachten Wärmeableitung nicht näher als 2 mm an den Streifen liegen[2]). Die drei Rahmen sind mit zwei Schrauben zusammengehalten, und passen so in eine allseitig abgeschlossene Messingbüchse, durch deren Deckel und Boden nur die mit Hartgummi isolierten Zuleitungen hindurchführen (Fig. 2). Waren die

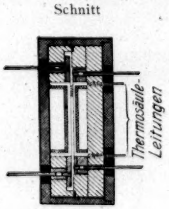


Fig. 2.

Zuleitungen und das Gehäuse mit Seide und Watte gegen äußere Temperatureinflüsse geschützt, so behielt das an die Thermosäule angelegte Galvanometer[1]) seinen Nullpunkt ohne wesentliche Störungen bei. — Zum Aufbewahren empfiehlt sich ein mit einem Trockenmittel versehenes, geschlossenes Gefäß, um das Rosten der Elemente zu verhüten.

Um auch die an den Streifen nach außen durch Leitung weggehende Wärmemenge zu beseitigen, wurde die Thermosäule in dem höchsten Vakuum, das der Schiefer zuließ, untersucht: Die Empfindlichkeit wird etwas kleiner, weil sowohl die Wärmeleitung durch die Luft vom Streifen zur Thermosäule, wie auch die von den Lötstellen aufsteigende warme Luft, die wieder die höher liegenden Lötstellen der anderen Elemente erwärmt, wegfällt, während allerdings fast keine Wärme nach außen verloren wird. Wenn somit die Leitung der Wärme durch das Medium zwischen Thermosäule und Streifen in erster Linie die Temperaturerhöhung der Thermosäule bewirkt, so muß die Anordnung in Wasserstoff vermöge seiner größeren Leitfähig-

1) Vgl. F. Kohlrausch, Lehrb. d. prakt. Physik, 11. Aufl., 1911, S. 40.

2) Vgl. diesbezügliche Messungen: W. Gerlach, Ann. d. Phys. **38**, 14, 1912.

1) Vgl. W. Gerlach, l. c., S. 11 und Anm. S. 11.

keit gegenüber der Luft empfindlicher werden; das war, allerdings nur wenig, der Fall, weil natürlich die ungemessen abgeleitete Wärme ebenfalls vergrößert wird.

Die Prüfung der Methode und Apparate erfolgte mit Gleichstrom. Der Strom wurde mit einem Siemens-Halske-Milliamperemeter gemessen; an den Enden der Streifen lag ein Paschensches Eisengalvanometer als Voltmeter (1000 Ω innerer Widerstand), an der Thermosäule ein zweites Galvanometer, das sowohl zur Messung des sekundären Stromes (10 Ω Widerstand, $8{,}8 \times 10^{-10}$ Amp. pro Skt.) als auch der sekundären Spannung (1000 Ω Widerstand, $8{,}8 \times 10^{-7}$ Volt pro Skt.) dienen konnte.

Die elektromotorische Kraft der Thermosäule ist der Wattbelastung des Streifens streng proportional, wie ich früher[1]) gezeigt habe, kommutierte Ströme in den Streifen geben gleiche Ausschläge der Thermosäule. Die Empfindlichkeit, d. h. die sekundäre Spannung an den Enden der Thermosäule in Volt pro 1 Watt primärer Energie im Meßstreifen ergibt sich aus den Messungen:

1. In Luft:

Streifen hintereinander geschaltet.

Primärer Strom $1 \cdot 10^{-2}$ Amp. } Energie
Primäre Spannung $1{,}05 \cdot 10^{-2}$ Volt } $1{,}05 \cdot 10^{-4}$ Watt

Sekundäre Spannung $1{,}58 \cdot 10^{-5}$ Volt,

$$\frac{\text{Sek. Spannung}}{\text{Prim. Watt}} = 0{,}150.$$

Streifen parallel geschaltet.

Primärer Strom $2{,}11 \cdot 10^{-2}$ Amp. } Energie
Primäre Spannung $5{,}58 \cdot 10^{-3}$ Volt } $1{,}18 \cdot 10^{-4}$ Watt

Sekundäre Spannung $1{,}76 \cdot 10^{-5}$,

$$\frac{\text{Sek. Spannung}}{\text{Prim. Watt}} = 0{,}149.$$

Analoge Messungen ergaben als Empfindlichkeitsfaktoren

2. im Vakuum:

0,147,

3. in Wasserstoff:

0,152.

Die Einstellungsdauer des Galvanometers — die Schwingungsdauer war 7,5 sec — betrug

in Luft 12 sec,
in Vakuum 20 sec,
in Wasserstoff 9 sec.

Die Empfindlichkeit ist wesentlich abhängig von der Entfernung der Meßstreifen bis zur Thermosäule. Bis auf wenige Prozent mehr oder weniger wird sich die genannte Empfindlichkeit nach Aufsetzen neuer Streifen wieder herstellen lassen; eine neue Anordnung ergab z. B. als Empfindlichkeitsfaktor in Luft 0,170.

Das Wesentliche an der neuen Anordnung ist die vollkommene Unabhängigkeit des sekundären — messenden — Stromkreises von dem von Wechselstrom durchflossenen. Das Meßinstrument läßt sich leicht verschiedenen Bedürfnissen anpassen, indem Material und Dicke, und damit Temperaturkoeffizient und Widerstand der Meßstreifen beliebig gewählt werden können. Es ist ferner frei von thermischen Nachwirkungen[1]) und Störungen durch Peltiereffekt (wie z. B. das Thermokreuz[2])), und gibt, einmal geeicht, mit einem Galvanometer bekannter Empfindlichkeit verbunden, absolute Werte für den zu messenden Strom. Zur Aufnahme von Resonanzkurven[3]) ist es in höherem Maße geeignet als das Thermokreuz, weil es direkt an den zweiten Schwingungskreis gekoppelt werden kann. In vielen Fällen, in denen ein einfaches und exakt arbeitendes Meßinstrument erforderlich ist, wird die beschriebene Anordnung gute Dienste tun.

1) W. Gerlach, l. c.

1) Vgl. Schwinning, Diss., Rostock 1898.
2) H. Brandes, diese Zeitschr. **6**, 503, 1905.
3) Vgl. z. B. R. Gans, Ann. d. Phys. **20**, 293, 1906.

Tübingen, Phys. Institut, den 24. Mai 1912.

(Eingegangen 28. Mai 1912.)

Zur Weissschen Theorie der Hysteresis der ferromagnetischen Substanzen.

Von J. Kunz.

In einer in dieser Zeitschrift **9**, 358, 1908, veröffentlichten Abhandlung über molekulares Feld und Ferromagnetismus hat Herr P. Weiss eine Theorie der Hysteresisschleife des Eisens entwickelt, gestützt auf seine grundlegenden Untersuchungen über die magnetischen Eigenschaften der Kristalle, insbesondere des Pyrrhotins. Durch Einführung eines neuen Begriffes in die Theorie des Magnetismus, des molekularen magnetischen Feldes, gelang es dem genannten Forscher, die mannigfaltigen Erscheinungen des Pyrrhotins in einfacher und erschöpfender Weise zu erklären. Das experimentelle Studium von Eisenkristallen aber begegnet fast unüberwindlichen Schwierigkeiten, so daß wir die Eigenschaften von Eisenkristallen noch nicht kennen. P. Weiss nimmt nun an, daß das Eisen aus elementaren Kristallen aufgebaut sei, die dieselben Eigenschaften besitzen wie der Pyrrhotin, und daß im unmagnetischen Eisen der Vektor Magnetisierung nach allen Richtungen gleichmäßig verteilt ist; durch diese Hypothese ge-

lingt es Weiss, viele magnetische Eigenschaften des Eisens zu erklären, insbesondere auch eine angenäherte Rechenschaft abzulegen von der Hysteresisschleife. Die nachfolgenden Rechnungen zeigen aber, daß die Übereinstimmung zwischen der Theorie und dem Experiment noch ziemlich unvollkommen ist, so daß es fraglich erscheint, ob die Hypothese von P. Weiss aufrecht erhalten werden kann, wonach das Eisen aus Kristallen aufgebaut ist, die ähnliche magnetische Eigenschaften haben wie der Pyrrhotin. Auf jeden Fall gibt diese Betrachtung eine erste Annäherung an die Wirklichkeit, und gewisse Modifikationen der Grundgedanken werden zu einer vollkommeneren Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment führen.

Wenn N Elementarkristalle sich in der Volumeneinheit befinden, deren Magnetisierungen nach allen Richtungen gleichmäßig verteilt sind, so ist die Anzahl der Vektoren auf der Zone $2\pi \sin\alpha\, d\alpha$ gleich $\frac{N}{2} \sin\alpha\, d\alpha$ und das magnetische Moment dieser Kristalle in der Richtung H der Fig. 1 gleich

$$\frac{N}{2} \sin\alpha\, d\alpha\, I_m \cos\alpha,$$

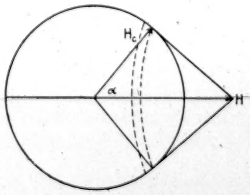


Fig. 1.

wenn I_m die Intensität der Magnetisierung eines einzigen Kristalles bedeutet. Wenn nun ein äußeres magnetisches Feld H in einer gewissen Richtung auf das Gemisch der Kristalle einwirkt, so wird nichts geschehen, solange H unterhalb eines gewissen Wertes, des Koerzitivfeldes H_c der Kristalle bleibt. Sobald aber das äußere Feld diesen Wert übersteigt, so werden alle Magnetisierungsvektoren innerhalb des Kegels mit dem halben Öffnungswinkel α, welche vorher nach der negativen Seite hin gerichtet waren, sich umkehren und die Intensität der Magnetisierung in der Richtung von H, herrührend von diesen umgewendeten Magneten, wird gleich sein:

$$\int_0^x \frac{N}{2} \sin\alpha\, d\alpha\, I_m \cos\alpha = \frac{N I_m}{4} \sin^2\alpha .$$

Außerdem liefern die Magnete, die von Anfang an in der positiven Richtung innerhalb dieses Kegels sich befanden, den gleichen Beitrag, so daß die resultierende Intensität der Magnetisierung in der Richtung H gleich ist

$$I = \frac{N I_m}{2} \sin^2\alpha = \frac{N I_m}{2} (1 - \cos^2\alpha) =$$
$$= \frac{N I_m}{2} \left[1 - \left(\frac{H_c}{H}\right)^2\right].$$

$N I_m$ bedeutet die Sättigungsmagnetisierung, die eintritt, wenn alle Elementarmagnete gleichgerichtet sind. Wir wollen dafür einfach I_m schreiben:

$$I = \frac{I_m}{2} \left[1 - \left(\frac{H_c}{H}\right)^2\right].$$

Wenn jetzt das äußere Feld zwischen $-H$ und $+H$ schwankt, so nimmt die Magnetisierung periodisch den durch die letzte Gleichung angegebenen Wert an. Diese Gleichung stellt daher den geometrischen Ort der Scheitel der Hysteresisschleifen dar. Wir wollen bei der Berechnung des Flächeninhaltes der Hysteresisschleife im Nenner der letzten Gleichung die 2 unterdrücken, und dann nur die Hälfte jener Fläche als Maß für den Hysteresisverlust betrachten. Die Gleichung $I = I_m \left[1 - \left(\frac{H_c}{H}\right)^2\right]$ ist dargestellt durch die Kurve $A\,B$ der Fig. 2.

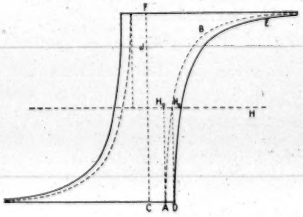


Fig. 2.

Sie schneidet die H-Achse im Punkte H_c. Wenn nun alle Magnete in dem zu betrachtenden Eisen nach der negativen Seite über die Kegelfläche verbreitet sind, so wird zunächst nichts geschehen, wenn ein magnetisches Feld in der positiven Richtung von dem Werte o an zunimmt, die Intensität der Magnetisierung bleibt konstant gleich $-\frac{I_m}{2}$, bis die Feldstärke den Wert $H = H_c$ erreicht hat, von diesem Werte an nimmt der Öffnungswinkel α der ersten Figur und damit die Intensität der Magnetisierung zu, um die positive Sättigung zu erreichen für ein unendliches H. Der Prozeß der unumkehrbaren Umdrehung der Elementarmagnete ist derselbe

als im ersten Beispiel, so daß wir die Grenzkurve für die Hysteresisschleife empfangen, wenn wir die Kurve AB parallel zu sich selbst um ein Stück ΔH in horizontaler Richtung verschieben.

Die Hysteresisarbeit W wird nun durch die Fläche $CDEF$ gemessen.

$$I = I_m\left[1-\left(\frac{H_c}{H}\right)^2\right]$$

$$\frac{I}{I_m} = 1-\left(\frac{H_c}{H_0}\right)^2;\quad \sqrt{2} = \frac{H_c}{H_0};\quad H_0 = \frac{H_c}{\sqrt{2}}$$

$$\Delta H = H_c - H_0 = H_c\left(1-\frac{1}{\sqrt{2}}\right).$$

Wir zerlegen zunächst die Hysteresisarbeit W in zwei Teile, W_1 und W_2, und berechnen dieselben getrennt folgendermaßen:

$$dW_1 = H\,dI = H\frac{dI}{dH}dH = HI_mH_c^2\frac{2}{H^3}dH$$

$$W_1 = 2H_c^2I_m\int_{H_0}^{\infty}\frac{dH}{H^2}$$

$$W_1 = 2H_cI_m\sqrt{2}$$

$$W_2 = \Delta H\,2I_m = 2I_mH_c\left(1-\frac{1}{\sqrt{2}}\right),$$

$$W = W_1 + W_2 = 2I_mH_c\left(\sqrt{2}+1-\frac{1}{\sqrt{2}}\right). \quad (1)$$

Wir könnten die Arbeit W auch folgendermaßen bestimmen:

Die Gleichung der Kurve DE lautet:

$$I = I_m\left[1-\left(\frac{H_c}{H-\Delta H}\right)^2\right],$$

$$\frac{dI}{dH} = 2\frac{I_mH_c^2}{(H-\Delta H)^3},$$

$$dW = H\frac{dI}{dH}dH = 2I_mH_c^2\frac{H\,dH}{(H-\Delta H)^3},$$

$$W = -2I_mH_c^2\left|\frac{1}{H-\Delta H}\right|_{H_c}^{\infty} - I_mH_c^2\Delta H\left|\frac{1}{(H-\Delta H)^2}\right|_{H_c}^{\infty},$$

$$W = 2I_mH_c^2\frac{1}{H_c-\Delta H} + \frac{I_mH_c^2\Delta H}{(H_c-\Delta H)^2},$$

$$W = 2I_mH_c\left(\sqrt{2}+1-\frac{1}{\sqrt{2}}\right).$$

Wenn nun das Feld nicht von $-\infty$ bis $+\infty$ schwankt, sondern zwischen $-H_1$ und $+H_1$, so ist der irreversible Prozeß derselbe als vorher, und die Hysteresisschleife muß durch den Punkt C der Kurve (1) der Fig. 3 hindurchgehen. Wir erhalten daher die theoretische Kurve der Hysteresisschleife dadurch, daß wir die Grenzkurve von $B'C'$ in vertikaler Richtung

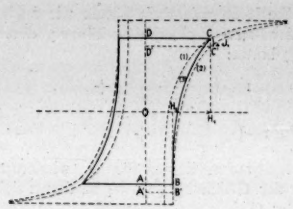


Fig. 3.

parallel zu sich selbst verschieben, bis sie durch den Punkt C hindurchgeht. Die Hysteresisfläche $ABCD$ ist gleich der Fläche $A'B'C'D'$, die wir jetzt berechnen wollen.

$$W = -2I_mH_c^2\left|\frac{1}{H-\Delta H}\right|_{H_2}^{H_1} - I_mH_c^2\Delta H\left|\frac{1}{(H-\Delta H)^2}\right|_{H_2}^{H_1},$$

$$W = 2I_mH_c^2\left[\frac{1}{H_2-\Delta H}-\frac{1}{H_1-\Delta H}\right] + I_mH_c^2\Delta H\left[\frac{1}{(H_2-\Delta H)^2}-\frac{1}{(H_1-\Delta H)^2}\right].$$

Die vertikale Verschiebung der Kurve $B'C'$ beträgt ΔI_1, die sich in folgender Weise berechnet:

$$I_1 = I_m\left[1-\left(\frac{H_c}{H_1}\right)^2\right] = H_1C,$$

$$I_2 = I_m\left[1-\left(\frac{H_c}{H_1-\Delta H}\right)^2\right] = H_1C',$$

$$\Delta I_1 = I_1 - I_2 = I_m\left[\left(\frac{H_c}{H_1-\Delta H}\right)^2-\left(\frac{H_c}{H_1}\right)^2\right].$$

Den Grenzwert H_2 finden wir folgendermaßen:

$$I = I_m\left[1-\left(\frac{H_c}{H-\Delta H}\right)^2\right]$$

$$-(I_1+\Delta I_1) = I_m\left[1-\left(\frac{H_c}{H_2-\Delta H}\right)^2\right]$$

$$+\frac{I_1+\Delta I_1}{I_m} = -1+\left(\frac{H_c}{H_2-\Delta H}\right)^2,$$

$$H_2 = H_c\sqrt{\frac{I_m}{I_m+I_1+\Delta I_1}}+\Delta H,$$

$$W = 2I_mH_c^2\left[\frac{1}{H_c\sqrt{\frac{I_m}{I_m+I_1+\Delta I_1}}}-\frac{1}{H_1-\Delta H}\right] + I_mH_c^2\Delta H\left[\frac{1}{H_c^2\frac{I_m}{I_m+I_1+\Delta I_1}}-\frac{1}{(H_1-\Delta H)^2}\right]. \quad (2)$$

Dieselbe Hysteresisarbeit hätten wir auch direkt aus der Kurve BC erhalten können, deren Gleichung lautet:

$$I = I_m\left[1-\left(\frac{H_c}{H-\Delta H}\right)^2\right]+\Delta I_1,$$

$$I = I_m\left[1-\left(\frac{H_c}{H-\Delta H}\right)^2+\left(\frac{H_c}{H_1-\Delta H}\right)^2-\left(\frac{H_c}{H_1}\right)^2\right].$$

Die Integration liefert für W wiederum den Wert der Gleichung (2); H_2 bestimmt sich jetzt aus der Gleichung:

$$-I_1 = I_m\left[1-\left(\frac{H_c}{H_2-\Delta H}\right)^2\right]+\Delta I_1,$$

$$\frac{I_1+I_m+\Delta I_1}{I_m} = \left(\frac{H_c}{H_2-\Delta H}\right)^2$$

oder

$$H_2 = H_c\sqrt{\frac{I_m}{I_1+I_m+\Delta I_1}}+\Delta H.$$

Die Formeln (1) und (2) habe ich nun benutzt, um die Hysteresisarbeit zu berechnen.

Die Resultate sind in den folgenden Tabellen enthalten. Die Werte H, I und W' sind der Tabelle V von Ewing (Magnetic Induction in iron and other metals, S. 107) entnommen; für I_m habe ich in der ersten Tabelle willkürlich 1900, für H_c 1,2 angenommen, Werte, die auch P. Weiss verwendet hat; die entsprechenden Werte in der zweiten Tabelle sind 1800 und 1.

Tabelle 1.

H	I_1	ΔI_1	H_2	W	W'
1,5	167	854	1,318	1187	410
1,95	304	538	1,349	2642	1160
2,56	473	142	1,397	3308	2190
3,01	571	85,3	1,391	3966	2940
4,96	842	17,1	1,348	5206	5560
7,04	951	5,3	1,23	6615	6590
75,2	1231	0,1	1,289	6875	10040
∞	1900	0	1,2	7790	—

Tabelle 2.

H	I_1	ΔI_1	H_2	W	W'
1,5	167	429	1,16	1512	410
1,95	304	450	1,13	2690	1160
2,50	473	77,3	1,17	3115	2190
3,01	571	38,0	1,16	3478	2940
4,96	842	7,2	1,12	4325	5560
7,04	951	3,1	1,10	4708	6590
75,2	1231	0,1	1,06	5505	10040
∞	1800	0,0	1,0	6140	—

Eine Vergleichung von W und W' in der ersten Tabelle zeigt, daß von $H = 3{,}01$ bis $H = 7{,}04$ die Übereinstimmung zwischen den berechneten und beobachteten Hysteresisverlusten eine befriedigende ist. Das Intervall entspricht gerade dem technisch so wichtigen Intervall der Induktion B von 7000 bis 12000 Einheiten.

Die Übereinstimmung in der zweiten Tabelle ist weniger befriedigend. In beiden Tabellen sind die berechneten Hysteresisarbeiten für kleine Feldstärken zu groß, für große Feldstärken zu klein. Es ist auf Grund der Weissschen Theorie möglich, noch eine weitere Annäherung auszuführen; aber dieser zweite Schritt machte die Annäherung besser für kleine Werte der Feldstärke, schlechter für große Werte der Feldstärke. Es wäre wichtig, die Hysteresisarbeiten zu bestimmen für alle Werte von H bis zur Sättigung, und zugleich die Intensität der Magnetisierung im Sättigungszustande des Eisens. Dann könnte eine exaktere Prüfung dieser Theorie ausgeführt werden.

Urbana, Illinois, U. S. A., 11. April 1912.

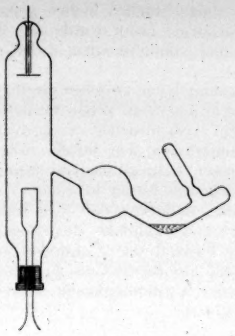
(Eingegangen 22. April 1912.)

Über die Verteilung des Lichtes in der geschichteten Entladung in Dämpfen von Alkalimetallen.

Von Jakob Kunz und Jakob G. Kemp.

Während des Studiums der photoelektrischen Eigenschaften der Alkalimetalle wurde beobachtet, daß in der elektrischen Entladung durch die Dämpfe dieser Metalle eine deutliche Trennung der Farben des Lichtes in der Schichtentladung eintrat. Dabei zeigte es sich, daß der Kathode zu blaues Licht auftrat, der Anode zu dagegen das rötliche und violette Licht von Kaliumdämpfen. Gemäß Plancks Theorie der Strahlung sollte man auf den ersten Blick erwarten, daß näher der Kathode dasjenige Licht auftritt, in welchem die Lichtquanten den geringsten Wert haben, also rotes und gelbes Licht. In der Tat nimmt das Energiequantum, das von einem strahlenden Resonator abgegeben wird, proportional der Frequenz zu und andererseits sollte die lebendige Kraft der die Kathode verlassenden Elektronen mit der Entfernung von der Kathode zunehmen. Nimmt nun die Energie der ionisierenden und lichterzeugenden Elektronen zu, so sollte man erwarten, daß die Werte der emittierten Lichtquanten zunehmen in dem Maße, als man sich von der Kathode entfernt. Dieses ist allerdings nicht immer notwendig der Fall, da sich gemäß den Untersuchungen von J. J. Thomson die Feldrichtung in der geschichteten Entladung umkehren kann. Es können daher nur quantitative Messungen die Frage entscheiden, ob hier ein Widerspruch gegen Plancks Strahlungstheorie auftritt. Vorderhand wurden einige qualitative Experimente ausgeführt, die die Bedingungen der Trennung der Lichtstrahlen in den leuchtenden Schichten feststellen sollten.

Die verwendete Röhre hatte die in der beifolgenden Figur angegebene Gestalt. Eine Wehneltsche Kalziumoxydelektrode diente als



Kathode, als Anode diente eine kleine Aluminiumscheibe. Die Entfernung zwischen den beiden Elektroden war etwa 12 cm, der Durchmesser der Röhre 2,3 cm. In das seitliche Ansatzrohr wurde Kalium oder Natrium eingeführt und verdampft. Das Vakuum wurde so vollkommen hergestellt, daß ohne Erhitzung der Wehneltschen Kathode Röntgenstrahlen auftraten. Sobald aber die Kalziumoxydelektrode genügend erhitzt wurde, erschienen die blauen Strahlen von Elektronen, die sich von der Kathode bis zur Anode ausbreiteten, aber ohne irgendein anderes Licht hervorzurufen.

Mit Kaliumdampf allein schien es sehr schwer, wenn nicht unmöglich, geschichtete Entladung zu erhalten. Sobald aber ein wenig Wasserstoffgas eingeleitet und die Röhre etwas erwärmt wurde, trat die Trennung der Lichtarten in den Schichten deutlich hervor. Das untere Ende der Schichten erschien schön blau, mit mathematisch bestimmten Rändern getrennt von einer folgenden violetten Schicht. Der Wasserstoff wurde deutlich absorbiert von den Alkalimetallen.

Die Gleichstrompotentialdifferenz zwischen den Elektroden war im Maximum 450 Volt, die Stromstärke wuchs manchmal zu 0,02 Amp. an. Meistens war es nötig, die Entladung durch einen Induktionsapparat einzuleiten.

Die einzelnen Schichten sind durch dunkle Räume voneinander getrennt, stehen vollkommen still und bestehen aus scharf getrennten Unterabteilungen. Wenn statt Kalium die flüssige Kalium-Natrium-Legierung angewandt wurde, konnten sogar vier deutlich geschiedene Bänder innerhalb einer Schicht wahrgenommen werden in der Reihenfolge: gelb, rot, blau, violett, von der Kathode zur Anode; es entsteht der Anschein eines Bandenspektrums. Wenn die Temperatur der Röhre hoch genug war, konnten manchmal Schichten von fast reinem gelben Natriumlicht hervorgebracht werden, die keine Trennung der Farben zeigten.

Quantitative Messungen der Verteilung der elektrischen Kraft innerhalb der Schichten, begleitet von einer spektroskopischen Untersuchung, und des Einflusses von Helium und Wasserstoff werden über die reichen und schönen Erscheinungen neues Licht verbreiten.

University of Illinois. Urbana, Illinois, 11. April 1912.

(Eingegangen 23. April 1912.)

Absorption in Geißler-Röhren und damit zusammenhängende Erscheinungen. (Absorption in Geissler Tubes and allied Phenomena.)

Von B. Hodgson[1]).

§ 1. Einleitung.

Die Absorption des Gases in einer Geißler-Röhre war schon den ersten Forschern auf dem Gebiet der Elektrizität in Gasen bekannt. Müller und de la Rue[2]), Plücker[3]) und andere frühere Physiker erwähnen die merkwürdige Erscheinung, und später haben Willows[4]) und Riecke[5]) sie eingehender studiert. Skinner[6]) und andere haben einen Vorgang untersucht, der zu der Selbstevakuation in sehr naher Beziehung steht — das Freiwerden des Gases aus frischen Elektroden: aber außer der Tatsache, daß Gas von der Kathode abgegeben und von der Anode absorbiert wird, ist über den eigentlichen Mechanismus des Effektes wenig bekannt. Willows und Riecke haben die Beziehung aufgesucht, welche zwischen der Menge des absorbierten Gases, dem Drucke und der durch die Röhre geflossenen Elektrizitätsmenge besteht. Ihre Resultate stimmen indessen nicht überein. Willows hat dann weiter die Erscheinung an Röhren aus verschiedenem Glas und mit Elektroden von verschiedener Größe und Gestalt studiert.

Die hier folgenden Untersuchungen über die Selbstevakuation sollen ein Bild von den Erscheinungen geben, die auftreten, wenn man

1) Auszug der Göttinger Dissertation, Juli 1911.
2) De la Rue und Müller, Phil. Trans. 1, 1878.
3) Pogg. Ann. **103**, 88, 1858.
4) Phil. Mag. (6) **6**, 503, 1901.
5) Ann. d. Phys. (4) **15**, 1003, 1904.
6) Phys. Rev. **21**, 169, 1905.

Elektroden aus verschiedenen Metallen in verschiedenen Gasen verwendet.

§ 2. Apparate.

Zu den Versuchen wurde eine Geißler-Röhre benutzt, deren Form Fig. 1 zeigt. Der Schliff

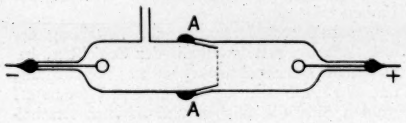


Fig. 1.

bei A, welcher ein Auseinandernehmen des Rohres und Einsetzen neuer Elektroden ermöglichte, wurde mit Picein verkittet. Zum Abdichten wurde nirgends Fett verwendet, da ja die meisten Fette sich unter dem Einfluß von Kathodenstrahlen zersetzen. Die Röhre war durch ein Phosphorpentoxydrohr an ein Mc Leod-Manometer angeschlossen und konnte durch einen Hahn mit einer rotierenden Quecksilberpumpe in Verbindung gesetzt werden. Die gesamte Anordnung wird aus Fig. 2 ersichtlich.

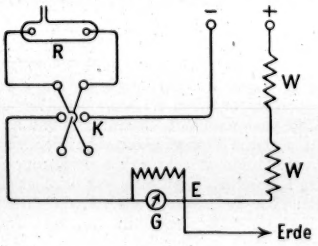


Fig. 2.

In den Stromkreis waren ein Jodkadmium Widerstand W, ein Weston-Galvanometer G, welches Ablesungen von 10^{-6} Amp. gestattete, und die Geißler-Röhre R hintereinander geschaltet. Der Kommutator K ermöglichte es, den Strom in dem Rohr umzukehren. Die Klemme E des Galvanometers war durch einen Wasserwiderstand zur Erde abgeleitet. Der Strom wurde zwei Hochspannungsbatterien von je 1600 Volt entnommen. Zur Messung der Spannung an den Elektroden diente ein Braunsches Elektrometer. Galvanometer und Elektrometer waren mit Hilfe des Kompensationsapparates geeicht. An dem Mc-Leod-Manometer war die Eichung durch Bestimmung des Quecksilbervolumens, welches Rohr und Gefäß aufzunehmen vermochten, ausgeführt worden.

§ 3. Versuchsmethode.

Nachdem die Elektroden in die Röhre eingekittet worden waren, wurde diese mit dem Gas gefüllt (durch wiederholtes Auspumpen) und dann für einige Stunden stehen gelassen, um sie zu trocknen. Dann wurde der Strom geschlossen und ununterbrochen durch das Rohr geschickt.

Die Unstimmigkeit zwischen den Ergebnissen von Riecke und von Willows beruhen vermutlich auf verschiedenen Versuchsmethoden. Ersterer unterbrach den Strom zwischen den Beobachtungen, während letzterer vermutlich mit ununterbrochenem Strom arbeitete. Ich werde weiter unten darlegen, daß sich während der Entladung und während des Stehens ohne Strom der Zustand der Elektroden vermutlich in bezug auf absorbierte Gase in einem zur Erklärung aller Unstimmigkeiten hinreichendem Maße verändert.

§ 4. Verhältnis der durchgeschickten Elektrizitätsmenge zu der Menge der absorbierten Gase.

Diese Versuche bilden eine Wiederholung jener von Riecke und Willows unter Verwendung eines ununterbrochenen Stromes. In bestimmten Intervallen wurden dabei Stromstärke, Gasdruck und Spannung an den Elektroden gemessen. In den Tabellen sind nur die nach Beginn der Gasabsorption ausgeführten Ablesungen gegeben. Tabelle I zeigt die Resultate, welche bei Verwendung von Aluminiumelektroden in Stickstoff erhalten wurden. Spalte I und II geben den entsprechenden Gasdruck (in mm Hg) zu Beginn und am Ende des betreffenden Intervalls. Spalte III enthält die Differenz beider, d. h. die Abnahme des Druckes. Aus den Werten der Stromstärke in diesem Intervall ist (in IV) die gesamte Elektrizitätsmenge berechnet, welche durch die Röhre gegangen ist, d. h. der Wert $\Sigma i t$ in Coulomb. Die V. Spalte gibt den Quotienten $\frac{d}{\Sigma i t} = d'$, d. h. die Druckabnahme pro Coulomb, und Spalte VI den mittleren Druck $\bar{p}$ (in mm). Das von dem Gas eingenommene Volumen ist v cm^3, und dv ist proportional der Menge des absorbierten Gases. Bei den Versuchen wurden verschieden große Röhren verwendet, und obschon es deswegen nicht möglich ist, die Werte d' zu vergleichen, ist es doch ganz berechtigt, dies mit $d'v$ zu tun. Spalte VII enthält die Werte $\bar{p}d'v$.

Der verwendete Stickstoff war aus Kaliumnitrit und Ammoniumchlorid hergestellt; zur Reinigung wurde er langsam durch Pyrogallol, Ätzkali und konzentrierte Schwefelsäure geleitet.

Die Aluminiumelektroden waren kreisförmige Scheiben; sie wurden mit feinem Schmirgelpapier abgerieben.

Tabelle I.

Aluminiumelektroden in Stickstoff. $v = 865$ cm³.

p_1	p_2	d	Σit	d'	$\bar{p}$	$\bar{p}d'v$
0,1635	0,1354	0,0291	8,80	0,00319	0,1495	0,413
0,1290	0,1100	0,0190	3,99	0,00477	0,1195	0,491
0,1215	0,1065	0,0150	3,04	0,00494	0,1140	0,487
0,1100	0,0950	0,0150	2,88	0,00522	0,1025	0,463
0,1065	0,0875	0,0190	3,37	0,00564	0,0970	0,473
0,0950	0,0775	0,0175	3,00	0,00583	0,0862	0,435
0,0875	0,0710	0,0165	2,36	0,00697	0,0792	0,477
0,0775	0,0650	0,0125	1,588	0,00787	0,0712	0,484
0,0710	0,0595	0,0115	1,292	0,00889	0,0652	0,502
0,0650	0,0525	0,0125	1,393	0,00897	0,0587	0,455
0,0595	0,0525	0,0070	0,751	0,00933	0,0560	0,452
0,0525	0,0465	0,0060	0,513	0,01170	0,0495	0,501
0,0465	0,0420	0,0045	0,367	0,01225	0,0442	0,468
0,0420	0,0360	0,0060	0,482	0,01243	0,0390	0,419
0,0360	0,0305	0,0055	0,386	0,01425	0,0332	0,409

Tabelle II.

Aluminiumelektroden in Stickstoff. $v = 865$ cm³.

0,253	0,234	0,019	11,56	0,0016	0,2435	0,337
0,249	0,221	0,028	13,25	0,0021	0,2350	0,427
0,234	0,213	0,021	10,74	0,0020	0,2235	0,387
0,221	0,206	0,015	8,73	0,0017	0,2135	0,314
0,213	0,203	0,010	3,89	0,0026	0,2080	0,468
0,210	0,199	0,011	4,54	0,0024	0,2045	0,425
0,206	0,197	0,009	3,97	0,0023	0,2015	0,403
0,203	0,196	0,007	3,32	0,0021	0,1995	0,363

Tabelle III.

Aluminiumelektroden in Stickstoff. $v = 865$ cm³.

0,197	0,186	0,011	3,78	0,0029	0,1915	0,481
0,193	0,181	0,012	3,90	0,0031	0,1870	0,502
0,189	0,179	0,010	3,59	0,0028	0,1840	0,446

Tabelle IV.

Aluminiumelektroden in Stickstoff. $v = 865$ cm³.

0,1795	0,1570	0,0225	6,40	0,0035	0,168	0,509
0,1710	0,1520	0,019	5,71	0,0033	0,1615	0,461
0,1625	0,1490	0,0135	4,05	0,0033	0,156	0,445
0,1570	0,1450	0,012	3,66	0,0033	0,151	0,432
0,1520	0,1420	0,010	2,88	0,0035	0,147	0,446
0,1490	0,1410	0,008	2,39	0,0033	0,145	0,414
0,136	0,1080	0,028	7,05	0,0040	0,122	0,423
0,133	0,0970	0,036	8,85	0,0041	0,115	0,408
0,114	0,092	0,022	5,10	0,0043	0,103	0,383
0,108	0,083	0,025	5,42	0,0046	0,0955	0,380

Tabelle V.

Aluminiumelektroden in Stickstoff. $v = 865$ cm³.

0,2245	0,197	0,0275	11,66	0,0024	0,211	0,438
0,2075	0,1895	0,018	7,16	0,0025	0,1985	0,428
0,202	0,1865	0,0155	4,46	0,0035	0,194	0,587
0,197	0,1805	0,0165	4,68	0,0035	0,189	0,572
0,1895	0,178	0,0115	3,78	0,0030	0,184	0,478
0,1865	0,172	0,0145	4,86	0,0030	0,179	0,465

Tabelle VI.

Aluminiumelektroden in Stickstoff. $v = 865$ cm³.

p_1	p_2	d	Σit	d'	$\bar{p}$	$\bar{p}d'v$
0,165	0,151	0,014	3,75	0,0037	0,158	0,505
0,161	0,145	0,016	4,24	0,0038	0,153	0,503
0,155	0,140	0,015	4,17	0,0036	0,1475	0,459
0,151	0,135	0,016	4,17	0,0038	0,143	0,470
0,145	0,130	0,015	4,10	0,0037	0,1375	0,440
0,140	0,124	0,016	4,25	0,0038	0,132	0,434
0,135	0,118	0,017	4,43	0,0038	0,1265	0,416
0,130	0,111	0,019	4,61	0,0041	0,1205	0,427
0,124	0,104	0,020	4,87	0,0041	0,114	0,404

Tabelle VII.

Aluminiumelektroden in Stickstoff. $v = 865$ cm³.

0,104	0,087	0,017	3,62	0,0047	0,0955	0,389
0,100	0,081	0,019	3,72	0,0051	0,0895	0,395
0,094	0,073	0,021	3,66	0,0057	0,0835	0,412
0,087	0,064	0,023	3,72	0,0062	0,0755	0,405
0,066	0,048	0,018	2,37	0,0076	0,057	0,375
0,062	0,044	0,018	2,34	0,0077	0,053	0,353

Die Beziehung zwischen $\bar{p}$ und d' ist in Kurve I (für die Tabellen I bis VII) dargestellt.

Die per Coulomb absorbierte Gasmenge nimmt mit zunehmendem Drucke ab, und das Produkt $\bar{p}d'v$ ist annähernd konstant.

Die theoretische Kurve für den Wert $\bar{p}d'v = 0{,}450$ ist in Kurve I gestrichelt angegeben.

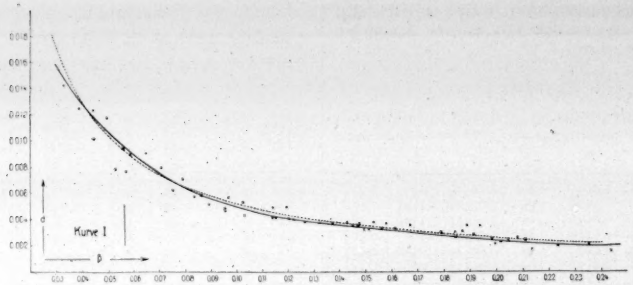
Die Kurve stimmt mit der von Willows angegebenen[1]) überein und zeigt nicht die flachen Teile, die sich in der Kurve von Riecke[2]) finden.

§ 5. Kohlengas als Ursache der Absorption.

In den Mem. Am. Acad.[3]) (und ebenso in einem an Riecke gerichteten Brief) kommt Prof. Lyman auf die Idee, daß die Absorption durch die Anwesenheit irgendeines Kohlengases zum großen Teil herbeigeführt, vielleicht sogar direkt verursacht werde. Er hatte beobachtet, daß eine starke abgerissene Entladung eine schnelle Druckabnahme und Verschwinden des Kohlenspektrums erzeugte. Um diese Annahme zu prüfen, wurde ein Versuch in einer Atmosphäre von Kohlenoxyd mit Aluminiumelektroden gemacht.

Die Resultate sind in den folgenden Tabellen wiedergegeben.

1) Willows, Phil. Mag. (6) **6**, 505, 1901.
2) Riecke, Ann. d. Phys. (4) **15**, 1006, 1904.
3) Lyman, Mem. Amer. Acad. **13** (3), S. 129.



Kurve I.

Tabelle VIII.

Aluminiumelektroden in Kohlenoxyd. $v = 796\,\text{cm}^3$.

p_1	p_2	d	Σit	d'	$\bar{p}$	$\bar{p}d'v$
0,090	0,060	0,030	3,92	0,0077	0,075	0,460
0,075	0,0525	0,0225	3,37	0,0067	0,064	0,341
0,060	0,0505	0,0095	1,29	0,0074	0,055	0,324
0,0525	0,0485	0,004	0,755	0,0053	0,050	0,213
0,0505	0,0475	0,003	0,662	0,0045	0,049	0,176

Tabelle IX.

Aluminiumelektroden in Kohlenoxyd. $v = 796\,\text{cm}^3$.

0,390	0,355	0,035	7,21	0,0049	0,372	1,45
0,385	0,330	0,055	12,38	0,0044	0,357	1,25
0,375	0,320	0,055	13,92	0,0039	0,347	1,08
0,355	0,310	0,045	11,86	0,0038	0,332	1,00
0,330	0,300	0,03	9,91	0,0030	0,315	0,75
0,320	0,280	0,04	6,66	0,0060	0,300	1,43
0,310	0,270	0,04	8,27	0,0048	0,290	1,11
0,300	0,260	0,04	9,32	0,0043	0,280	0,96
0,280	0,245	0,035	9,01	0,0039	0,262	0,81
0,270	0,235	0,035	7,57	0,0046	0,252	0,92
0,260	0,225	0,035	7,27	0,0048	0,242	0,92
0,245	0,210	0,035	8,78	0,0040	0,227	0,72
0,235	0,200	0,035	7,38	0,0047	0,217	0,81
0,225	0,190	0,035	8,01	0,0044	0,207	0,72
0,210	0,180	0,03	6,28	0,0048	0,195	0,75
0,200	0,165	0,035	7,49	0,0047	0,182	0,68
0,190	0,150	0,040	7,20	0,0056	0,170	0,76
0,180	0,135	0,045	7,37	0,0061	0,157	0,76
0,165	0,130	0,035	7,06	0,0050	0,147	0,58

Tabelle X.

Aluminiumelektroden in Kohlenoxyd. $v = 796\,\text{cm}^3$.

0,101	0,091	0,010	4,80	0,0021	0,096	0,16
0,101	0,089	0,012	4,50	0,0027	0,095	0,20
0,99	0,088	0,011	4,50	0,0024	0,093	0,18
0,94	0,087	0,007	4,40	0,0016	0,090	0,12

Tabelle XI.

Aluminiumelektroden in Kohlenoxyd. $v = 796\,\text{cm}^3$.

0,074	0,065	0,009	2,85	0,0031	0,069	0,170
0,071	0,064	0,007	2,84	0,0025	0,067	0,133
0,069	0,062	0,007	3,01	0,0023	0,065	0,119
0,065	0,061	0,004	2,79	0,0014	0,063	0,070

Tabelle XII.

Aluminiumelektroden in Kohlenoxyd. $v = 796\,\text{cm}^3$.

p_1	p_2	d	Σit	d'	$\bar{p}$	$\bar{p}d'v$
0,200	0,157	0,043	9,24	0,0047	0,179	1,17
0,178	0,143	0,035	8,06	0,0043	0,161	0,96
0,176	0,132	0,044	6,84	0,0064	0,154	1,37
0,157	0,121	0,036	6,99	0,0051	0,139	0,99
0,143	0,111	0,032	6,95	0,0046	0,127	0,81
0,132	0,098	0,034	6,89	0,0049	0,115	0,78
0,121	0,089	0,032	6,80	0,0047	0,105	0,69
0,111	0,080	0,031	6,63	0,0047	0,095	0,62
0,098	0,072	0,026	6,43	0,0040	0,085	0,47
0,089	0,067	0,022	6,23	0,0035	0,078	0,38
0,080	0,064	0,016	6,07	0,0027	0,072	0,27
0,072	0,057	0,015	5,87	0,0026	0,064	0,23
0,067	0,052	0,015	4,70	0,0032	0,059	0,26

Die erhaltenen Resultate sind also sehr unregelmäßig, aber die Gasabsorption findet nur doppelt so schnell statt, wie die in Stickstoff beobachtete. Es ist wahrscheinlich, daß — wenn Kohlenoxyd der bestimmende Faktor ist — die Absorption mit unverhältnismäßig größerer Geschwindigkeit erfolgen müßte. Aber wie weiterhin gezeigt werden wird, ist es möglicherweise der Zustand der Elektroden selbst, welcher die Stärke der Absorption bestimmt.

§ 6. Versuche mit verschiedenen Metallen in Wasserstoff, Sauerstoff, Stickstoff und Helium.

Weiterhin wurde der Effekt an einer Reihe verschiedener Elektroden in Wasserstoff, Stickstoff, Sauerstoff und Helium beobachtet. Die benutzten Elektroden waren Kugeln (9 mm Durchmesser) und sorgfältig mit feinem Schmirgelpapier poliert. Aluminium, Zink, Kupfer, Eisen und Blei wurden verwendet. Die Darstellung des Sauerstoffs geschah durch Erhitzen von Kaliumpermanganat, welches in einer an den Apparat angeschmolzenen Glasröhre enthalten war. Der Wasserstoff wurde durch Elektrolyse

des Wassers gewonnen. Reines Helium war von den Fabriques de Produits de Chimie organique de Laire, Issy, Paris, gekauft.

Die Werte von $\bar{p}\,d'\,v$ für diese Versuche sind in den Tabellen XIII bis XL angegeben. Sie weichen stark voneinander ab, und häufig sind die Anfangswerte beträchtlich höher als die folgenden. Die einzelnen Tabellen werde ich später diskutieren und dann auch Kurven mitteilen, welche den Zusammenhang zwischen dem Gasdruck und der durch das Rohr geschickten Elektrizitätsmenge zeigen.

Tabelle XIII.

Aluminiumelektroden in Sauerstoff.
Elektroden frisch. $v = 405$ cm³.

p_1	p_2	d	Σit	d'	$\bar{p}$	$\bar{p}\,d'\,v$
0,815	0,710	0,105	2,23	0,047	0,76	14,5
0,770	0,650	0,120	5,16	0,023	0,71	6,6
0,710	0,625	0,085	5,91	0,014	0,67	3,8
0,685	0,595	0,090	7,39	0,012	0,64	3,1
0,650	0,570	0,080	7,38	0,011	0,61	2,7
0,625	0,550	0,075	7,37	0,010	0,59	2,4
0,595	0,520	0,075	6,63	0,011	0,56	2,5
0,570	0,505	0,065	6,62	0,010	0,54	2,2
0,550	0,475	0,075	6,62	0,011	0,51	2,3
0,520	0,455	0,065	6,60	0,010	0,49	2,0
0,505	0,435	0,070	6,59	0,011	0,47	2,1
0,475	0,410	0,065	6,53	0,010	0,44	1,8
0,455	0,380	0,075	6,47	0,012	0,42	2,0
0,435	0,300	0,135	10,7	0,013	0,37	1,9
0,410	0,285	0,125	10,5	0,012	0,35	1,7
0,380	0,260	0,120	10,3	0,012	0,32	1,6
0,300	0,250	0,050	6,12	0,008	0,27	0,9
0,285	0,240	0,045	6,03	0,007	0,26	0,7
0,260	0,230	0,030	5,93	0,005	0,24	0,5

Tabelle XIV.

Aluminiumelektroden in Sauerstoff.
Elektroden gebraucht. $v = 549$ cm³.

0,535	0,473	0,06	7,42	0,008	0,50	2,2
0,517	0,437	0,08	8,17	0,010	0,48	2,6
0,502	0,396	0,11	10,3	0,011	0,45	2,5
0,473	0,352	0,12	10,4	0,012	0,41	2,7
0,437	0,303	0,13	10,4	0,012	0,37	2,4
0,396	0,255	0,14	10,3	0,014	0,32	2,5
0,352	0,207	0,14	10,2	0,014	0,28	2,2
0,303	0,180	0,12	10,1	0,012	0,24	1,6
0,255	0,146	0,11	9,84	0,011	0,22	1,2
0,207	0,119	0,09	9,53	0,009	0,16	0,8
0,180	0,103	0,08	9,06	0,009	0,14	0,7

Tabelle XV.

Aluminiumelektroden in Sauerstoff.
Elektroden gebraucht. $v = 549$ cm³.

0,202	0,162	0,040	2,74	0,015	0,18	1,3
0,162	0,106	0,056	2,95	0,019	0,13	1,4
0,106	0,061	0,045	2,12	0,021	0,08	0,9
0,061	0,044	0,027	0,69	0,025	0,05	0,7

Tabelle XVI.

Aluminiumelektroden in Sauerstoff.
Elektroden gebraucht. $v = 549$ cm³.

p_1	p_2	d	Σit	d'	$\bar{p}$	$\bar{p}\,d\,v$
1,05	0,940	0,110	6,61	0,017	0,99	9,2
1,01	0,930	0,080	5,73	0,014	0,97	7,5
0,995	0,920	0,075	6,15	0,012	0,96	6,3
0,980	0,910	0,070	6,34	0,011	0,94	5,7
0,970	0,900	0,070	6,35	0,011	0,93	5,6
0,955	0,890	0,065	6,15	0,011	0,92	5,6
0,940	0,885	0,055	5,94	0,009	0,91	4,5
0,930	0,845	0,085	12,41	0,007	0,89	3,4
0,920	0,840	0,080	11,12	0,007	0,88	3,4
0,910	0,835	0,075	10,75	0,007	0,87	3,3
0,900	0,820	0,080	13,56	0,006	0,86	2,8
0,890	0,805	0,085	14,04	0,006	0,85	2,8
0,885	0,790	0,095	13,65	0,007	0,84	3,2
0,845	0,780	0,065	10,78	0,006	0,81	2,7
0,840	0,765	0,075	11,38	0,007	0,80	3,1
0,835	0,760	0,075	12,17	0,006	0,80	2,6

Tabelle XVII.

Aluminiumelektroden in Sauerstoff.
Elektroden gebraucht. $v = 549$ cm³.

0,71	0,62	0,09	13,93	0,0064	0,66	2,32
0,69	0,58	0,11	16,71	0,0066	0,63	2,28
0,68	0,56	0,12	18,30	0,0066	0,62	2,25
0,67	0,49	0,18	23,09	0,0078	0,58	2,48
0,65	0,47	0,18	21,90	0,0082	0,56	2,52
0,62	0,42	0,20	21,49	0,0093	0,52	2,66
0,58	0,37	0,21	21,06	0,0100	0,47	2,58
0,56	0,31	0,25	21,36	0,0117	0,43	2,76
0,49	0,27	0,22	18,36	0,0120	0,38	2,50
0,47	0,22	0,25	18,22	0,0137	0,34	2,56
0,42	0,20	0,22	17,81	0,0123	0,31	2,10
0,37	0,19	0,18	17,29	0,0104	0,28	1,60

Tabelle XVIII.

Kupferelektroden in Sauerstoff.
Elektroden frisch. $v = 405$ cm³.

0,90	0,80	0,10	2,02	0,049	0,85	16,8
0,86	0,78	0,08	2,74	0,029	0,82	9,6
0,83	0,74	0,09	3,38	0,027	0,78	8,5
0,80	0,72	0,08	3,22	0,025	0,76	7,7
0,78	0,71	0,07	3,22	0,022	0,74	6,6
0,74	0,68	0,06	3,21	0,019	0,71	5,5
0,72	0,66	0,06	3,21	0,019	0,69	5,3
0,71	0,63	0,08	3,36	0,024	0,67	6,5
0,68	0,61	0,07	3,19	0,022	0,64	5,7
0,66	0,59	0,07	3,19	0,022	0,62	5,5
0,63	0,57	0,06	3,34	0,018	0,60	4,4
0,61	0,54	0,07	3,17	0,022	0,57	5,1
0,59	0,52	0,07	3,15	0,022	0,55	4,9
0,57	0,48	0,09	3,11	0,029	0,52	6,1
0,54	0,45	0,09	3,02	0,030	0,49	5,9

Tabelle XIX.

Kupferelektroden in Sauerstoff.
Elektroden schon benutzt. $v = 405$ cm³.

p_1	p_2	d	Σit	d'	$\bar{p}$	$\bar{p}\,d'v$
0,49	0,33	0,16	1,52	0,105	0,41	17,4
0,44	0,29	0,18	1,52	0,118	0,38	18,1
0,44	0,14	0,30	1,09	0,276	0,29	32,4
0,33	0,13	0,20	0,63	0,317	0,23	29,5
0,29	0,12	0,17	0,53	0,321	0,20	26,0
0,14	0,11	0,03	0,51	0,059	0,125	3,0
0,13	0,10	0,03	0,48	0,062	0,115	2,9
0,12	0,08	0,04	0,45	0,089	0,100	3,6
0,11	0,07	0,04	0,40	0,100	0,090	3,6
0,10	0,05	0,05	0,36	0,139	0,075	4,2
0,08	0,05	0,03	0,31	0,097	0,065	2,6
0,07	0,04	0,03	0,27	0,111	0,055	2,5

Tabelle XX.

Kupferelektroden in Sauerstoff.
Elektroden gebraucht. $v = 405$ cm³.

0,64	0,49	0,15	1,25	0,120	0,565	27,5
0,56	0,46	0,10	1,84	0,054	0,510	11,1
0,53	0,42	0,11	2,44	0,045	0,475	8,6
0,49	0,39	0,10	2,28	0,044	0,440	7,8
0,46	0,33	0,13	2,27	0,057	0,395	9,1
0,42	0,29	0,13	2,12	0,061	0,355	8,8
0,39	0,25	0,14	2,22	0,063	0,320	8,2
0,36	0,21	0,15	2,21	0,068	0,270	7,4
0,23	0,17	0,16	2,18	0,073	0,230	6,8

Tabelle XXI.

Zinkelektroden in Sauerstoff.
Frische Elektroden. $v = 405$ cm³.

0,98	0,80	0,18	2,28	0,079	0,890	28,5
0,97	0,73	0,24	2,99	0,080	0,850	27,5
0,86	0,69	0,17	1,92	0,089	0,775	27,9
0,80	0,65	0,15	1,60	0,094	0,722	27,5
0,73	0,59	0,14	1,44	0,097	0,660	25,9
0,69	0,54	0,15	1,42	0,106	0,615	26,4
0,65	0,50	0,15	1,41	0,106	0,575	24,7
0,59	0,43	0,16	1,24	0,129	0,510	26,7
0,54	0,35	0,19	1,35	0,141	0,445	25,4
0,50	0,28	0,22	1,30	0,169	0,390	26,7
0,43	0,20	0,23	1,23	0,187	0,315	23,9
0,35	0,15	0,20	1,03	0,194	0,250	19,7
0,28	0,12	0,16	0,93	0,172	0,200	14,0
0,20	0,09	0,11	0,77	0,143	0,145	8,4

Tabelle XXII.

Zinkelektroden in Sauerstoff.
Elektroden gebraucht. $v = 405$ cm³.

0,68	0,60	0,08	1,20	0,067	0,64	17,4
0,64	0,58	0,06	1,65	0,036	0,61	8,9
0,61	0,56	0,05	1,94	0,026	0,58	6,1
0,60	0,54	0,06	2,23	0,027	0,57	6,2
0,58	0,52	0,06	2,30	0,026	0,56	5,9
0,56	0,51	0,05	2,22	0,023	0,53	4,9
0,54	0,49	0,05	2,21	0,023	0,51	4,7
0,52	0,48	0,04	2,13	0,019	0,50	3,8
0,51	0,46	0,05	2,19	0,025	0,48	4,5
0,49	0,46	0,03	2,19	0,014	0,47	2,7
0,48	0,45	0,03	2,18	0,014	0,46	2,6
0,46	0,43	0,03	2,17	0,014	0,44	2,5

Tabelle XXIII.

Bleielektroden in Sauerstoff.
Elektroden frisch. $v = 405$ cm³.

p_1	p_2	d	Σit	d'	$\bar{p}$	$\bar{p}\,d'v$
0,665	0,565	0,090	6,69	0,013	0,61	3,2
0,625	0,510	0,115	5,82	0,020	0,57	4,6
0,590	0,465	0,125	5,07	0,025	0,53	5,3
0,565	0,400	0,165	5,37	0,031	0,48	6,0
0,510	0,330	0,180	4,42	0,041	0,42	7,0
0,465	0,235	0,230	4,05	0,057	0,35	8,1
0,400	0,175	0,225	3,26	0,069	0,29	8,1
0,330	0,120	0,210	2,47	0,085	0,22	7,6
0,235	0,055	0,180	2,29	0,079	0,14	4,5

Tabelle XXIV.

Bleielektroden in Sauerstoff.
Elektroden gebraucht. $v = 405$ cm³.

0,655	0,535	0,120	2,82	0,043	0,59	10,3
0,565	0,510	0,055	1,94	0,028	0,54	6,1
0,550	0,495	0,055	2,21	0,025	0,52	5,3
0,535	0,485	0,050	2,20	0,023	0,51	4,8

Tabelle XXV.

Zinn-Blei-Legierung in Sauerstoff.
Elektroden frisch. $v = 405$ cm³.

1,00	0,95	0,05	0,975	0,051	0,97	20,2
0,98	0,90	0,08	2,23	0,036	0,94	13,7
0,96	0,87	0,09	3,05	0,029	0,91	10,7
0,95	0,84	0,11	4,14	0,027	0,89	9,7
0,90	0,82	0,08	4,12	0,019	0,86	6,6
0,79	0,73	0,06	4,80	0,012	0,76	3,7
0,77	0,72	0,05	3,77	0,013	0,74	3,9
0,75	0,70	0,05	4,02	0,012	0,72	3,5
0,73	0,68	0,05	4,00	0,012	0,70	3,4
0,72	0,67	0,05	3,99	0,013	0,69	3,6
0,70	0,65	0,05	3,99	0,013	0,67	3,5
0,68	0,63	0,05	3,99	0,013	0,65	3,4
0,67	0,58	0,09	5,32	0,017	0,62	4,3
0,65	0,57	0,08	6,62	0,012	0,61	3,0
0,63	0,53	0,10	7,86	0,013	0,58	3,1
0,58	0,45	0,13	6,92	0,019	0,51	3,9
0,53	0,31	0,22	4,96	0,044	0,42	7,5
0,45	0,23	0,22	3,56	0,062	0,34	8,5
0,31	0,09	0,22	3,15	0,070	0,20	5,7

Tabelle XXVI.

Zinn-Blei-Legierung in Sauerstoff.
Elektroden gebraucht. $v = 405$ cm³.

1,25	1,24	0,01	4,47	0,0022	1,29	1,15
1,25	1,17	0,08	13,44	0,0059	1,21	2,9
1,24	1,15	0,09	12,15	0,0074	1,19	3,6
1,17	1,13	0,04	4,48	0,0089	1,15	4,1
1,15	1,12	0,03	4,46	0,0067	1,13	3,1
0,50	0,40	0,10	4,55	0,022	0,45	4,0
0,49	0,27	0,22	4,13	0,053	0,38	8,2
0,46	0,21	0,25	5,60	0,045	0,33	6,0

Tabelle XXVII.

Aluminiumelektroden in Wasserstoff.
Elektroden frisch. $v = 405$ cm³.

p_1	p_2	d	Σit	d'	$\bar{p}$	$\bar{p}\,d'v$
1,28	1,21	0,07	28,06	0,0025	1,24	1,25
1,27	1,19	0,08	30,84	0,0026	1,23	1,29
1,27	1,18	0,09	29,79	0,0030	1,22	1,49
1,26	1,17	0,09	29,42	0,0031	1,21	1,52
1,25	1,13	0,12	32,63	0,0037	1,19	1,77
1,24	1,08	0,16	37,10	0,0043	1,16	2,03
1,21	1,00	0,13[1]	27,02	0,0048	1,10	2,14
1,19	0,96	0,15[1]	24,67	0,0061	1,07	2,64
1,18	0,92	0,18[1]	24,60	0,0073	1,05	3,10
1,17	0,91	0,18	24,70	0,0073	1,04	3,07
1,13	0,91	0,14	19,18	0,0073	1,02	3,01
1,08	0,89	0,11	13,44	0,0082	0,99	3,29

Tabelle XXVIII.

Kupferelektroden in Wasserstoff.
Elektroden gebraucht. $v = 398$ cm³.

0,67	0,58	0,09	16,79	0,0054	0,62	1,33
0,63	0,57	0,06	19,77	0,0030	0,60	0,72
0,61	0,55	0,06	19,65	0,0030	0,58	0,70
0,60	0,51	0,09	24,92	0,0036	0,55	0,79
0,58	0,51	0,07	24,92	0,0028	0,54	0,60
0,58	0,48	0,10	32,18	0,0031	0,53	0,65
0,57	0,45	0,12	40,46	0,0030	0,51	0,61

Tabelle XXIX.

Kupferelektroden in Wasserstoff.
Elektroden gebraucht. $v = 352$ cm³.

1,01	0,47	0,54	13,02	0,041	0,74	10,7
0,68	0,44	0,24	21,33	0,011	0,56	2,17
0,53	0,42	0,11	31,37	0,0035	0,47	0,58
0,47	0,38	0,09	40,00	0,0022	0,42	0,33
0,44	0,36	0,08	39,27	0,002	0,40	0,28

Tabelle XXX.

Kupferelektroden in Wasserstoff.
Elektroden frisch. $v = 352$ cm³.

1,02	0,57	0,45	7,81	0,058	0,76	16,2
0,81	0,39	0,42	7,18	0,058	0,60	12,5
0,57	0,28	0,29	6,61	0,044	0,42	6,5
0,39	0,23	0,16	4,66	0,034	0,31	3,8
0,28	0,21	0,07	3,16	0,022	0,24	1,9

Tabelle XXXI.

Zinkelektroden in Wasserstoff.
Elektroden frisch. $v = 373$ cm³.

0,50	0,40	0,10	9,45	0,0110	0,45	1,84
0,42	0,39	0,03	9,48	0,0032	0,40	0,48
0,41	0,38	0,03	9,82	0,0031	0,39	0,45
0,40	0,37	0,03	11,83	0,0025	0,38	0,35
0,39	0,35	0,04	15,19	0,0026	0,37	0,36
0,38	0,34	0,04	21,23	0,0020	0,36	0,27
0,37	0,31	0,06	18,15	0,0033	0,34	0,42
0,35	0,30	0,05	15,52	0,0032	0,32	0,38

1) An diesen Stellen wurde der Druck auf 0,08 mm erniedrigt.

Tabelle XXXII.

Zinkelektroden in Wasserstoff.
Elektroden gebraucht. $v = 373$ cm³.

p_1	p_2	d	Σit	d'	$\bar{p}$	$\bar{p}\,d'v$
0,74	0,65	0,09	13,19	0,0068	0,69	1,75
0,71	0,64	0,07	16,45	0,0043	0,67	1,07
0,68	0,62	0,06	22,64	0,0026	0,65	0,63
0,67	0,61	0,06	22,34	0,0027	0,64	0,64
0,62	0,54	0,08	18,73	0,0043	0,58	0,93
0,58	0,50	0,08	15,39	0,0052	0,54	1,04
0,57	0,47	0,10	20,80	0,0048	0,52	0,93
0,54	0,44	0,10	19,47	0,0051	0,49	0,93
0,50	0,42	0,08	20,45	0,0039	0,46	0,67
0,47	0,39	0,08	17,46	0,0046	0,43	0,74

Tabelle XXXIII.

Bleielektroden in Wasserstoff.
Elektroden frisch. $v = 373$ cm³.

0,68	0,40	0,28	3,00	0,093	0,54	18,7
0,60	0,35	0,25	3,24	0,077	0,47	13,5
0,42	0,30	0,12	2,79	0,043	0,36	5,8
0,40	0,27	0,13	2,96	0,044	0,33	5,4
0,35	0,25	0,10	2,81	0,036	0,30	4,0
0,30	0,23	0,07	2,42	0,029	0,26	2,8
0,27	0,22	0,85	2,28	0,022	0,24	2,0

Tabelle XXXIV.

Bleielektroden in Wasserstoff.
Elektroden gebraucht. $v = 373$ cm³.

0,85	0,77	0,08	10,05	0,008	0,81	2,4
0,82	0,65	0,17	26,95	0,006	0,73	1,6
0,80	0,61	0,19	31,02	0,006	0,70	1,6

Tabelle XXXV.

Aluminiumelektroden in Helium.
Elektroden frisch. $v = 464$ cm³.

1,74	1,62	0,12	32,4	0,0037	1,68	2,9
1,73	1,60	0,13	36,9	0,0035	1,66	2,7
1,73	1,53	0,20	48,2	0,0042	1,63	3,2
1,73	1,52	0,21	47,9	0,0044	1,62	3,3
1,71	1,50	0,21	47,5	0,0044	1,60	3,3
1,69	1,48	0,21	47,3	0,0044	1,58	3,2
1,68	1,42	0,26	54,5	0,0048	1,55	3,5
1,66	1,40	0,26	61,1	0,0043	1,53	3,1

Tabelle XXXVI.

Kupferelektroden in Helium.
Elektroden frisch. $v = 464$ cm³.

1,34	1,20	0,14	5,34	0,026	1,27	15,3
1,31	1,18	0,13	6,09	0,021	1,24	12,1
1,28	1,16	0,12	6,67	0,018	1,22	10,2
1,27	1,14	0,13	10,56	0,012	1,20	6,7
1,22	1,12	0,10	16,64	0,006	1,17	3,3
1,20	1,11	0,09	34,22	0,003	1,15	1,9
1,18	1,10	0,08	52,30	0,002	1,14	1,1

Tabelle XXXVII.

Kupferelektroden in Helium.
Elektroden schon benutzt. $v = 464$ cm³.

p_1	p_2	d	Σit	d	$\bar{p}$	$p\,d^2\,v$
0,85	0,71	0,14	27,78	0,0050	0,78	1,8
0,83	0,61	0,22	35,08	0,0063	0,72	2,1
0,82	0,55	0,27	35,47	0,0076	0,68	2,4
0,80	0,50	0,30	34,31	0,0088	0,65	2,7
0,78	0,44	0,34	33,63	0,0101	0,61	2,9
0,76	0,37	0,39	32,67	0,012	0,56	3,1
0,75	0,33	0,42	29,99	0,014	0,54	3,5
0,71	0,29	0,42	27,13	0,015	0,50	3,5

Tabelle XXXVIII.

Bleielektroden in Helium.
Elektroden frisch. $v = 464$ cm³.

1,10	1,08	0,02	22,77	0,00088	1,09	0,45
1,09	1,07	0,02	26,82	0,00075	1,08	0,38
1,09	1,07	0,02	30,74	0,00065	1,08	0,33
1,08	1,06	0,02	34,80	0,00057	1,07	0,28
1,08	1,05	0,03	38,83	0,00077	1,06	0,38

Tabelle XXXIX.

Kupferelektroden in Stickstoff.
Elektroden frisch. $v = 464$ cm³.

1,31	1,13	0,18	13,42	0,013	1,22	7,4
1,29	1,11	0,18	14,00	0,013	1,20	7,2
1,28	1,10	0,18	13,80	0,013	1,19	7,2
1,26	1,09	0,17	13,74	0,012	1,17	6,5
1,24	1,08	0,16	13,68	0,012	1,16	6,5
1,21	1,07	0,14	13,59	0,010	1,14	5,3
1,19	1,06	0,13	13,51	0,010	1,12	5,2
1,18	1,04	0,14	13,43	0,010	1,11	5,1
1,16	1,03	0,13	13,33	0,010	1,09	5,0
1,15	1,01	0,14	13,24	0,011	1,08	5,5
1,13	1,00	0,13	13,18	0,010	1,06	4,9
1,11	0,98	0,13	13,13	0,010	1,04	4,8
1,10	0,96	0,14	13,09	0,011	1,03	5,3
1,09	0,95	0,14	13,04	0,011	1,02	5,2

Tabelle XL.

Bleielektroden in Stickstoff.
Elektroden frisch. $v = 464$ cm³.

1,18	0,91	0,27	10,69	0,025	1,04	12,0
1,16	0,89	0,27	11,27	0,024	1,02	11,4
1,14	0,86	0,28	11,85	0,024	1,00	11,1
1,11	0,84	0,27	11,81	0,023	0,97	10,4
1,07	0,83	0,24	11,76	0,020	0,95	8,8
1,05	0,81	0,24	11,71	0,020	0,93	8,6
1,00	0,79	0,21	11,67	0,018	0,89	7,4
0,97	0,76	0,21	11,65	0,018	0,86	7,2
0,96	0,74	0,22	11,63	0,019	0,85	7,5
0,93	0,72	0,21	11,61	0,018	0,83	6,9
0,91	0,70	0,21	11,60	0,018	0,80	6,7
0,89	0,69	0,20	11,61	0,017	0,79	6,2
0,86	0,67	0,19	11,62	0,016	0,76	5,6

§ 7. Diskussion der einzelnen Versuche.

Ehe ich die einzelnen Tabellen diskutiere, wird es vielleicht ratsam sein, anzugeben, worin nach meiner Ansicht der Mechanismus der Absorption besteht.

Die Metallelektroden enthalten anfänglich Gas in zwei Zuständen: als Oberflächenschicht und als okkludiertes Gas. Wenn der Apparat eine Zeitlang gestanden hat, so besteht ein Gleichgewichtszustand zwischen dem okkludierten Gas, der Oberflächenschicht und dem Gas im Gefäße. Sendet man einen Strom hindurch, so gibt die Kathode Gas ab, und die Anode absorbiert Gas. Das haben Skinner[1]) und andere Forscher endgültig nachgewiesen. Das anfänglich entwickelte Gas besteht vermutlich aus dem größeren Teile der Oberflächenschicht von der Kathode. Wenn diese Oberflächenschicht ganz oder teilweise entfernt ist, so befindet sich das von dem Metall okkludierte Gas nicht mehr im Gleichgewicht mit dem Reste der Oberflächenschicht, sondern hat einen Überdruck, und es diffundiert Gas vom Metall zur Oberflächenschicht, um sich von dort aus in den Gasraum des Apparates zu entladen. An der Anode findet der umgekehrte Prozeß statt. Es wird Gas durch den Strom in die Oberflächenschicht hineingetrieben, und nunmehr herrscht hier ein Überdruck über das okkludierte Gas, und es diffundiert Gas in die Metallmasse hinein.

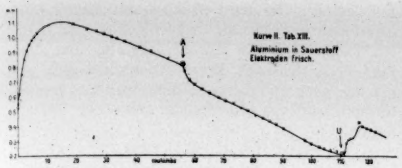
Die Druckänderung, die man während eines Versuches beobachtet, ist demnach offenbar ein Differentialeffekt. Wenn die seitens der Kathode entwickelte Menge über die seitens der Anode absorbierte überwiegt, so beobachtet man eine Druckzunahme, und umgekehrt.

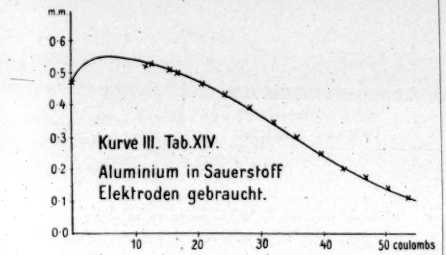
Wenn der Strom unterbrochen wird, so werden das Gas in der Oberflächenschicht und das okkludierte Gas wieder einen Gleichgewichtszustand annehmen. Das Gas in der nunmehr dichten Anodenschicht wird in die Metallmasse diffundieren, und Gas aus der Metallmasse der Kathode wird in die Kathodenschicht diffundieren. Im allgemeinen tritt in dem Gasraum des Apparates keine Druckänderung ein. Nach einer Unterbrechung des Stromes ist somit der Zustand der Elektroden von jenem verschieden, der während eines Versuches herrscht, und wir können eine Änderung der Absorptionsgeschwindigkeit erwarten, die wir auch tatsächlich im allgemeinen beobachten.

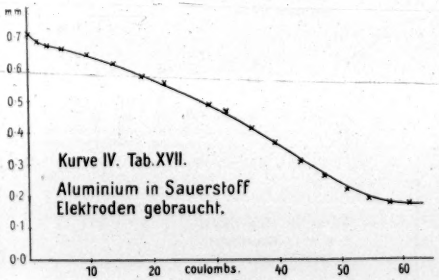
Ich teile zunächst die Ergebnisse für Aluminium in den Gasen Wasserstoff, Sauerstoff und Helium mit (siehe Kurven II, III und IV).

Kurve II ist die Kurve für frische Aluminiumelektroden in Sauerstoff. Zunächst fand eine Gasentwickelung statt, und danach erfolgte die Absorption regelmäßig, bis 57 Coulomb hindurchgegangen waren. Auf diesem Punkte blieb der Apparat über Nacht stehen, und beim Wiedereinschalten des Stromes fand eine rasche Ab-

1) Skinner, Phys. Rev. **21**, 1, 1905; diese Zeitschr. **6**, 610, 1905.



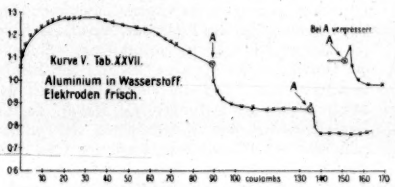


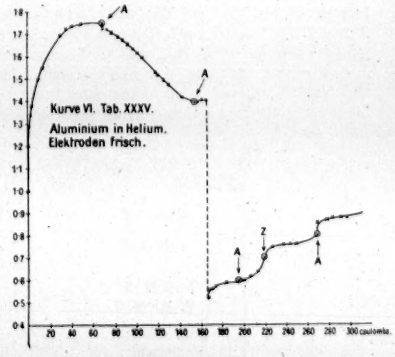


sorption statt. Der geradlinige Teil der Kurve stellt den Zustand dar, währenddessen das Gas regelmäßig aus der Kathode in die Kathodenschicht und gleichzeitig aus der Anodenschicht in das Anodenmetall diffundiert. Dieser Zustand stellt eine Anode nicht in ihrem besten Absorptionsvermögen dar, denn die Anodenschicht wird durch die Entladung dicht erhalten. Wenn der Apparat indessen stromlos steht, so hat die Anode Gelegenheit, sich zu erholen, und der Druck in der dichten Anodenschicht treibt einen Teil dieses Gases in die Metallmasse hinein, so daß die Anode ihr Absorptionsvermögen mehr und mehr wiedergewinnt, je länger sie ungebraucht steht. Hierdurch erklärt sich die plötzliche Absorption im Punkte *A*. (In sämtlichen Kurven bezeichnet *A* eine Unterbrechung des Stromes; *U* bezeichnet, daß der Strom an dieser Stelle umgekehrt wurde; *Z* bezeichnet den Punkt, an dem zuerst ein Zerfall bemerkt wurde.)

Die Absorption schritt alsbald gleichmäßig fort; dabei hat die Kurve praktisch dieselbe Neigung wie in dem früheren geradlinigen Teil. Nachdem 110 Coulomb hindurchgegangen waren, wurde der Strom umgekehrt: eine kurze Zeitlang wurde Gas entwickelt und dann begann die stetige Absorption von neuem. Das erklärt sich ebenfalls leicht: die Kathodenschicht war in beträchtlichem Maße beseitigt worden, und die Anodenschicht war ziemlich dicht geworden; wir hatten also bei Umkehrung des Stromes eine neue Kathode mit reichlicher Gaszufuhr und eine neue Anode, die frei zu absorbieren vermochte. Das entwickelte Gas überwog eine kurze Zeitlang das absorbierte, und darauf schritt die Absorption regelmäßig fort.

Die Kurven III und IV zeigen die stetige Absorption bei gebrauchten Elektroden.



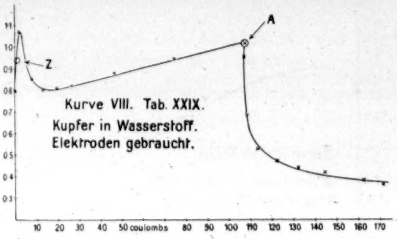


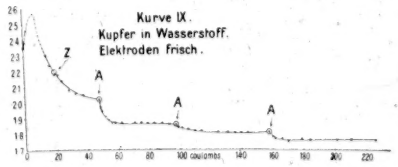
Kurve V gibt die Ergebnisse für Aluminium in Wasserstoff wieder. Es erscheinen hier dieselben charakteristischen Züge wie in Kurve II: die anfängliche Gasentwicklung und die schnelle Absorption nach einer Stromunterbrechung.

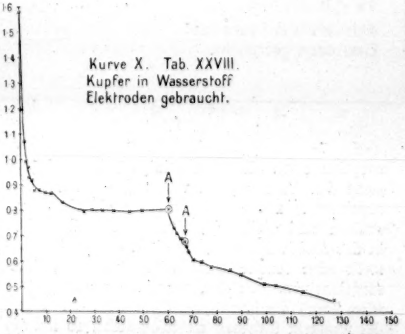
Kurve VI zeigt die Ergebnisse für Aluminium in Helium. Es wurde bis zum Durchgange von 60 Coulomb Gas entwickelt. Nachdem 70 Cou-

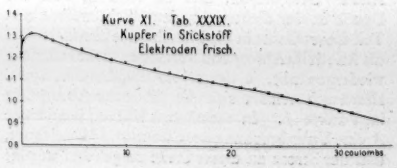
lomb hindurchgegangen waren, blieb der Apparat über Nacht stromlos stehen, und es erfolgte beim Wiedereinschalten eine rasche Absorption. Nachdem 160 Coulomb hindurchgegangen waren, wurde der Apparat bis auf 0,5 mm ausgepumpt und neues Gas entwickelt. Die Druckerniedrigung um 1,0 mm hatte anscheinend die Wirkung, dem Gase, das bereits von dem Metall absorbiert worden war — und sich vermutlich noch in der Nähe der Oberfläche befand —, zu gestatten, wieder heraus zu diffundieren. Nach Stromunterbrechungen war die Absorption rascher. Die mit „Z" bezeichneten Punkte zeigen, wo der Zerfall der Kathode begann. Ein Fehlen dieses Buchstabens in den Kurven bedeutet nicht, daß kein Zerfall stattfand; bei manchen Versuchen mit gebrauchten Elektroden befand sich nämlich der zerfallene Teil bereits an den Gefäßwänden und verhinderte die Beobachtung frischen Zerfalls, und bei anderen Versuchen wurde der Eintritt des Falles nicht verzeichnet. Der Zerfall steht vermutlich in engem Zusammenhang mit der Fähigkeit der Elektrode, eine Gasschicht zu bilden und Gas zu absorbieren. Solange der Oberfläche des Metalles Gas aus dem Innern zugeführt wird, wird die elektrische Kraft daselbst lieber Gas fortreißen als Metall, da die Kraft zwischen den Metallteilchen viel größer sein wird als die zwischen Metall und Gas. Wir dürfen mithin erwarten, daß bei Metallen, welche infolge verhältnismäßig rascher Diffusion oder infolge Vorhandenseins rascher Zufuhr absorbierten Gases, Gas an der Oberfläche halten können, der Zerfall nach langem Stromdurchgange eintreten wird. In Kurve VI begann der Zerfall nach Durchgang von 220 Coulomb. Im allgemeinen müssen beim Aluminium mehrere hundert Coulomb hindurchgehen, ehe der Zerfall beginnt. Bei den Versuchen mit Aluminiumelektroden in Stickstoff und in Kohlenoxyd habe ich leider über die Gasentwickelung und den Zerfall der Kathode keine Aufzeichnungen gemacht, aber in diesen Fällen war ein langer Stromdurchgang erforderlich, ehe der Zerfall begann.

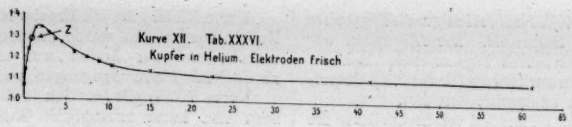
Die Kurven VII, VIII und IX zeigen eine anfängliche Gasentwickelnng, die nur kurze Zeit dauerte,





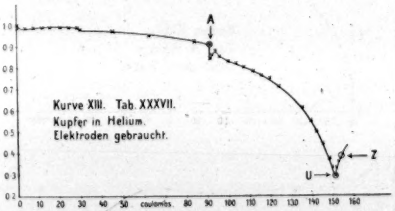




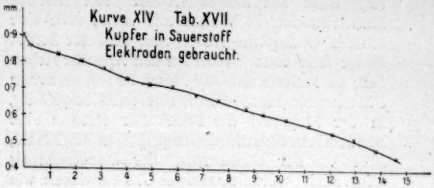


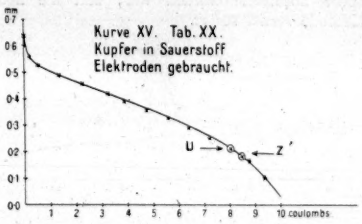
und auf die eine schnelle Absorption folgte. Diese Absorption hört bald auf, und der Druck bleibt lange konstant. Nach jeder Stromunterbrechung setzt eine rasche Absorption ein (siehe Kurven VIII, IX, X). Der Zerfall beginnt früh, und aus einer Vergleichung der Kurven VII, VIII und IX scheint hervorzugehen, daß der Zerfall um so früher beginnt, je niedriger der Druck ist. Dies ist zu erwarten, denn ein niedriger Druck bedeutet eine weniger dichte Kathodenschicht und eine raschere Diffusion aus dem Metall heraus nach außen, und somit eine früher von Gas befreite Kathode.

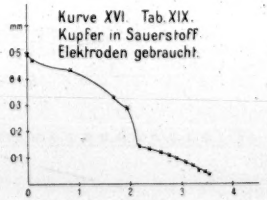
Die Ergebnisse für Kupfer in Stickstoff sind in Kurve XI wiedergegeben. Sie zeigen eine anfängliche Gasentwickelung und eine stetige Absorption, die bald einsetzt. Es fand kein Zerfall der Kathode statt.

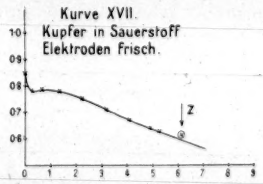


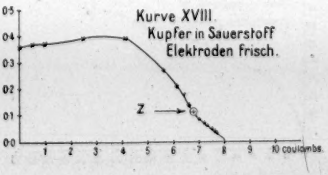
Die Kurven XII und XIII zeigen die Ergebnisse von Versuchen in Helium. In Kurve XII haben wir die anfängliche Entwickelung und die allmähliche Absorption, die ebenfalls, wie bei den Versuchen mit Wasserstoff, null wird. Die Kathode zerfiel, nachdem ungefähr 1 Coulomb hindurchgegangen war. Kurve XIII zeigt das Ergebnis einer Stromunterbrechung, nämlich das Auftreten einer plötzlichen Absorption mit darauffolgender geringer Gasentwickelung und dann eine allmählich an Schnelligkeit zunehmende Absorption. Man vergleiche hiermit die Kurve VI. Im Punkt *U* wurde der Strom in der Entladungsröhre umgekehrt, und es wurde Gas entwickelt, und die neue Kathode zerfiel bei *Z'*. Dieses entwickelte Gas ist das Gas, welches von der alten Kathode unter der Wirkung der Entladung absorbiert worden war und sich vermutlich in der Oberflächenschicht befindet oder nicht weit in das Metall hinein diffundiert ist.





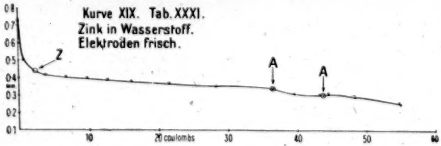


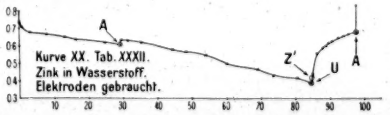


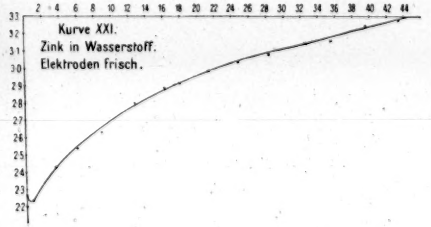


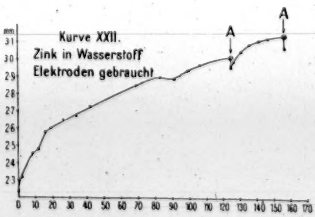
Die Kurven XIV bis XVIII zeigen die Ergebnisse für Kupfer in Sauerstoff. Die Absorption war schnell, und der Zerfall begann früh. Bei Umkehrung der Stromrichtung (Kurve XV) dauerte die Absorption ununterbrochen fort.

Die Kurven XIX und XX veranschaulichen die Ergebnisse mit Zinkelektroden. Mit frischen Zinkelektroden in Wasserstoff erhält man eine scharfe anfängliche Absorption, und der Zerfall findet früh statt. Wenn ich den Apparat stehen ließ, so änderte sich der Druck oft; in manchen Fällen wurde Gas absorbiert (Kurven XX und XXII), in der Mehrzahl der Fälle aber erfolgte eine beträchtliche Gasentwickelung (Kurven XX, XXIII, XXIV). Bei Umkehrung der Stromrichtung (Kurve XX) wurde ebensoviel Gas entwickelt, wie zuvor absorbiert worden war, und die neue Kathode zerfiel sofort.



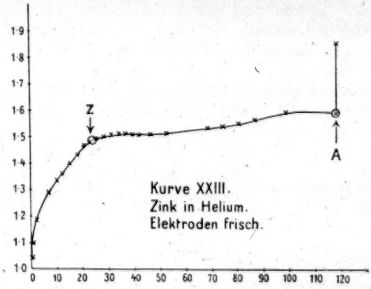


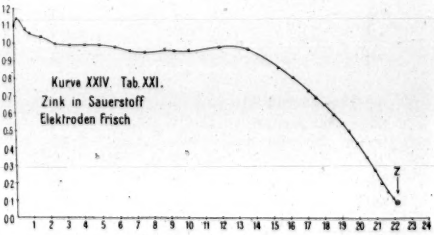


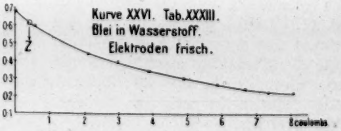


Kurve XXIII gibt die Ergebnisse für Zink in Helium wieder. Es wurde andauernd Gas entwickelt, und der Zerfall trat ein, nachdem 22 Coulomb hindurchgegangen waren.

Kurve XXIV gilt für Zink in Sauerstoff. Sie zeigt eine kurze anfängliche Gasentwickelung, darauf eine Periode nahezu konstanten Druckes und schließlich eine ziemlich stetige Absorption. Der Zerfall begann nach Durchgang von 22 Coulomb. In Kurve XXV wird die Wirkung der Stromumkehrung dargetan, und wir haben wieder die Entwickelung einer Gasmenge, die nahezu gleich der gesamten absorbierten Menge ist; darauf ging die Absorption wieder weiter. Die großen Gasmengen, die bei Stromumkehrung entwickelt wurden, scheinen auf eine dichte Oberflächenschicht oder eine sehr rasche Diffusion von Gas

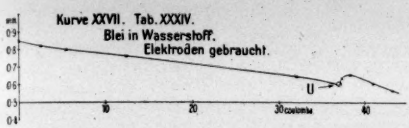






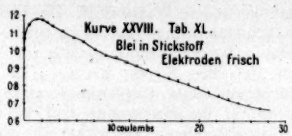
aus dem Metall hinzuweisen. Die Entwickelung von Gas beim Stehen weist gleichfalls darauf hin.

Die Kurven XXVI und XXVII (für Blei in Wasserstoff) zeigen eine stetige Absorption, die mit



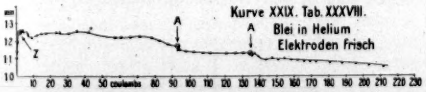
dem Strom einsetzt. Der Zerfall der Kathode begann gleichfalls gleich zu Anfang. Bei Stromumkehr wurde eine kleine Menge Gas entwickelt, und darauf setzte die Absorption wieder ein.

Bei Blei in Stickstoff (Kurve XXVIII) trat eine geringe Gasentwickelung auf und darauf erfolgte



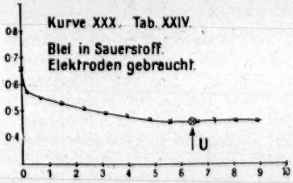
die stetige Absorption (vergl. Kurve XI). Es erfolgte während des Versuches kein Zerfall.

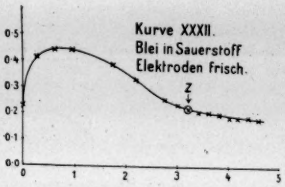
In Helium (Kurve XXIX) erfolgte eine kurze Gasentwickelung und darauf eine Periode un-



regelmäßiger Absorption. Nach einer Stromunterbrechung wurde eine kleine scharfe Absorption bemerkt. Die Kathode zerfiel, nachdem ein paar Coulomb hindurchgegangen waren.

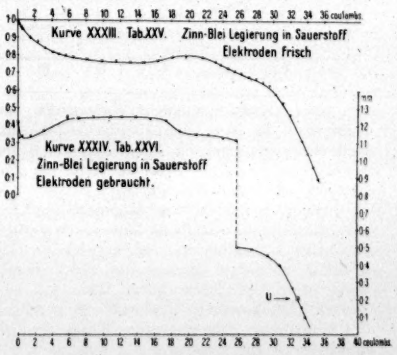
Die Kurven XXX, XXXI und XXXII zeigen die



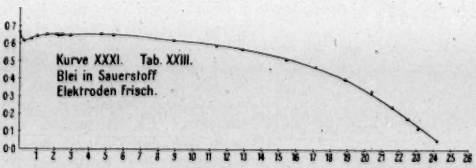


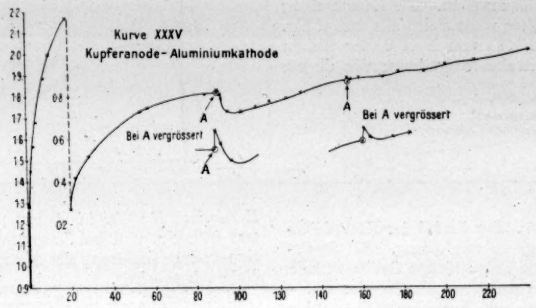
Ergebnisse für Blei in Sauerstoff. Der Zerfall trat früh ein, und bei Stromumkehr wurde nur eine geringe Änderung der Absorptionsgeschwindigkeit beobachtet.

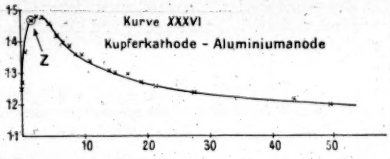
Die Kurven XXXIII und XXXIV geben die Ergebnisse für eine Legierung aus Zinn und Blei in Sauerstoff wieder. Beide Kurven zeigen einen unregelmäßigen Teil am Anfang und darauf eine rasche Absorption.



Um die oben angegebene Theorie weiter zu prüfen, führte ich folgenden Versuch aus: Ich versah eine Röhre mit zwei Elektroden aus verschiedenen Metallen, und zwar Kupfer und Aluminium. Nun ist Kupfer ein Metall, bei dem man im allgemeinen frühe Absorption und frühen Zerfall erhält, und Aluminium ein solches, bei dem diese Erscheinungen erst nach langem Stromdurchgang auftreten. Die Kurve XXXVI zeigt die Ergebnisse mit einer Kupferkathode







und einer Aluminiumanode in Wasserstoff. Die Kupferkathode hatte ihr Oberflächengas sehr bald entwickelt, und da Aluminium ein hohes Absorptionsvermögen besitzt, so setzte die Absorption bald ein.

In der Kurve XXXV fand dagegen das Gegenteil statt: die Aluminiumkathode hatte einen großen Gasvorrat zu entbinden und entwickelte Gas während eines Durchganges von 260 Coulomb, und immer noch hatte keine Absorption eingesetzt. Die gewaltige Gasentwickelung seitens des Aluminiums geht aus dieser Kurve deutlich hervor.

§ 8. Ein Versuch von Willows[1]) ist ebenfalls leicht zu erklären. Willows nahm eine Röhre mit zwei sehr ungleich großen Aluminiumelektroden. Mit der großen als Kathode erhielt er geringe Absorption, weil eine große Kathode den Durchgang von vielen Coulomb erfordert, ehe ihre Oberflächenschicht und ihr okkludiertes Gas beseitigt sind. Mit der kleinen Elektrode als Kathode war die Absorption normal. Die kleine Elektrode gab nämlich ihren geringen Gasvorrat bald ab, und alsdann hing die Absorption von der durch die Röhre gehenden Elektrizitätsmenge ab.

§ 9. Ich stellte einen Versuch an, um zu sehen, ob ich einen direkten Beweis für diese Absorption erhalten könnte. Ich teilte eine Röhre (Fig. 3) durch ein dünnes Kupferblech in zwei Teile und machte sie luftdicht. Auf die eine Seite der Scheidewand brachte ich etwas Helium und auf die andere Wasserstoff. Die Elektrode in der Heliumabteilung machte ich zur Kathode und jene in der Wasserstoffabteilung zur Anode, und ich ließ den Strom mehrere Tage lang hindurchgehen. Das Kupferblech wirkte nun als Anode für die Heliumseite und würde als solche Gas absorbieren; sie wirkte als Kathode für die Wasserstoffseite und würde hier Gas abgeben. Wenn das Helium in irgendwelcher Menge absorbiert würde, so könnte man erwarten, daß es durch das Blech hindurch diffundieren und in den Wasserstoffraum übergehen

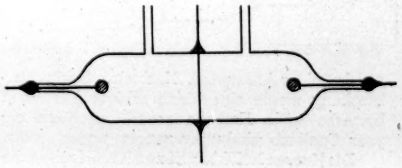


Fig. 3.

würde. Der Wasserstoff wurde spektroskopisch auf Helium untersucht, aber es wurde kein Helium sichtbar. Da sich indessen die Anwesenheit von Helium in Wasserstoff erst zu erkennen gibt, wenn der Heliumgehalt ziemlich hoch ist, so darf es nicht wundernehmen, daß das Heliumspektrum nicht erschien. Der Versuch wird jetzt in verbesserter Form wieder aufgenommen.

§ 10. Versuch über den Einfluß des Alters auf den Kathodenfall.

Das Potentialgefälle an der Kathode ist für verschiedene Metalle in demselben Gase verschieden. Es ist mithin wahrscheinlich, daß wenn sich der Zustand der Kathodenoberfläche verändert, der Kathodenfall sich gleichfalls

1) Willows, Phil. Mag. (6) 1. 510. 1901.

ändern wird. Ich suchte bei Zinkelektroden in Wasserstoff nach diesem Effekt, beobachtete aber keine merkliche Änderung des Kathodenfalles, obschon der Strom mehrere Tage lang durch die Röhre hindurchgegangen war.

Diese Arbeit wurde im Physikalischen Institut der Universität Göttingen ausgeführt, und es ist mir eine angenehme Pflicht, meinem verehrten Lehrer, Herrn Geheimrat Prof. Riecke, für das Interesse, das er für diese Arbeit während ihres Fortganges an den Tag gelegt hat, herzlichst zu danken.

(Nach dem Manuskript teilweise aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 24. April 1912.)

Eine Ableitung der Grundbeziehungen der Elektrodynamik aus jenen der Elektrostatik. (A Derivation of the Fundamental Relations of Electrodynamics from those of Electrostatics.)

Von Leigh Page.

Die Maxwellschen Gleichungen der Elektrodynamik beruhen auf drei experimentell gefundenen Gesetzen: 1. dem Gesetz der umgekehrten Quadrate für die elektrische Kraft zwischen zwei in bezug aufeinander ruhenden punktförmigen Ladungen; 2. dem Ampèreschen Gesetz für die Kraft zwischen Stromelementen oder dessen Äquivalent; und 3. dem Faradayschen Gesetz der Strominduktion. Helmholtz hat eine Ableitung des Faradayschen Gesetzes aus dem Ampèreschen mit Hilfe des Prinzips von der Erhaltung der Energie gegeben, die sich indessen als fehlerhaft erwiesen hat[1]). Es ist nämlich unmöglich gewesen, mit Hilfe irgendeiner der bisher benutzten Methoden die elektrodynamischen Gleichungen abzuleiten, ohne diese experimentell gefundenen Gesetze alle drei zu benutzen.

Diese Arbeit bezweckt, darzutun, daß, wenn das Relativitätsprinzip vor der Zeit der Örstedschen Entdeckung ausgesprochen worden wäre, die Grundbeziehungen der Elektrodynamik auf theoretischer Grundlage als direkte Folge aus den Grundgesetzen der Elektrostatik hätten vorausgesagt werden können, wenn man die letzteren so erweitert hätte, daß sie für relativ zueinander bewegte Ladungen ebensowohl gültig wären als für relativ zueinander ruhende. Natürlich werde ich nur den Teil der aus dem Relativitätsprinzip abgeleiteten Theorie benutzen, der von allen Kenntnissen der elektrodynamischen Gleichungen a priori unabhängig ist. Das heißt, es soll nur die Kinematik der Relativität benutzt werden; die Benutzung der Dynamik der Relativität, die sich aus den elektrodynamischen Gleichungen ableitet, würde einen Kreisschluß bedeuten.

Ein materielles System ist definiert als ein Aggregat materieller Körper, die keine relative Bewegung besitzen und in ihrer Gesamtheit keine lineare Beschleunigung oder Winkelgeschwindigkeit aufweisen. Angenommen nun, wir hätten eine Anzahl solcher Systeme, die sich in verschiedenen Richtungen und mit verschiedenen Geschwindigkeiten relativ zueinander bewegen. Das Relativitätsprinzip sagt aus, daß es keine, praktischen oder ideellen, Methoden gibt, ein solches System als vor allen übrigen ausgezeichnet oder von ihnen verschieden zu unterscheiden. Mit anderen Worten: Wenn es einen Äther gibt, so existiert keine experimentelle Methode, durch die wir feststellen können, welches von diesen verschiedenen Systemen relativ zum Äther in Ruhe ist.

Eine der nächstliegenden Folgerungen aus diesem Prinzip ist die, daß die in irgendeinem System gemessene Lichtgeschwindigkeit in jedem anderen System gemessen dieselbe sein muß. Sonst würde uns eine experimentelle Methode zur Lokalisierung des Äthers zugänglich sein, und das würde mit dem Relativitätsprinzip in Widerspruch stehen. Als mathematische Folgerung aus der Tatsache, daß die Lichtgeschwindigkeit, von verschiedenen Systemen aus beobachtet, dieselbe sein muß, hat Einstein in seiner berühmten Arbeit in den „Annalen der Physik“ [1]) ein System von Raum-Zeit-Transformationen abgeleitet, die für gewöhnlich unter dem Namen von Lorentz gehen, weil dieser Forscher sie zuerst auf Grund ganz anderer Betrachtungen abgeleitet hat.

Einstein geht von einer Betrachtung der Bedeutung aus, die man der Gleichzeitigkeit an zwei verschiedenen Punkten in irgendeinem System beilegen kann. Angenommen, A und B seien zwei weit voneinander getrennte Stellen in demselben System. Ein Beobachter in A beobachtet gewisse Erscheinungen in seiner unmittelbaren Nachbarschaft, während ein Beobachter in B gewisse andere Erscheinungen in seiner (B's) unmittelbaren Nachbarschaft beobachtet. Sie wünschen, die Zeiten ihrer Beobachtungen miteinander zu vergleichen. Offenbar müssen sie mit synchronen Uhren ausgerüstet sein. Wie sind diese Uhren synchron einzustellen? A möge eine Lichtwelle nach B senden,

1) Maxwell, Electricity and Magnetism. 3. Aufl. **2**, 192.

1) Ann. d. Phys. (4) **17**, 891, 1905.

wenn A's Uhr die Zeit t_A zeigt. Diese Lichtwelle erreicht B zur Zeit t_B nach B's Uhr und wird durch sofortige Reflexion nach A zurückgesandt, so daß sie A zur Zeit t'_A nach A's Uhr erreicht. Da der gemessene Wert der Lichtgeschwindigkeit in allen Systemen und nach allen Richtungen in einem beliebigen System dieselbe ist, werden die Uhren in A und B dann, und nur dann, synchron sein, wenn

$$t_B = \frac{1}{2}(t_A - t'_A)$$

ist. Durch Anwendung dieser Definition des Synchronismus auf zwei relativ zueinander bewegte Systeme gelangt Einstein zu einer Reihe von Transformationen, aus denen hervorgeht, daß die Zeit in einem Punkte P in dem einen System eine Fuuktion nicht nur der Zeit in einem Punkte Q in dem andern System und der relativen Geschwindigkeit der beiden Systeme ist, sondern auch der relativen Lage der Punkte P und Q.

Auf die Messung von Strecken angewandt, lehren diese Transformationen, daß ein Stab, der in dem ersten System mit seiner Achse parallel zur Richtung der relativen Bewegung der beiden Systeme festgelegt ist, und der eine Länge l, gemessen von einem Beobachter im ersten System, besitzt, wenn er von einem Beobachter im zweiten System gemessen wird, so erscheinen wird, als besäße er eine kürzere Länge. Diese scheinbare Verkürzung ist nicht überraschend, wenn wir das zur Messung eines relativ zum Beobachter in Bewegung befindlichen Körpers benutzte Verfahren betrachten. Es sei AB ein Stab, der eine Geschwindigkeit in Richtung AB relativ zum Beobachter hat. Um die Länge des Stabes zu messen, muß der Beobachter die Lagen der beiden Enden des Stabes in demselben Augenblick markieren und dann den Abstand zwischen den beiden Marken messen. Wenn er die Lage des Endes B ein wenig früher markiert als die des Endes A, so wird seine Messung zu kurz sein. Wir sehen also, daß Raummessungen wie Zeitmessungen an bewegten Systemen von der Definition der Gleichzeitigkeit an verschiedenen Punkten desselben Systems abhängig sind.

Es bezeichne $K(o)$ das System der Erde in irgendeinem Augenblick.

Dann bezeichnet $K(v)$ ein System mit der Geschwindigkeit v relativ zur Erde.

Es sei XYZ ein orthogonales, rechtshändiges Achsensystem, das im Erdsystem festliegen und so orientiert sein möge, daß $K(v)$ eine Geschwindigkeit v in der positiven z-Richtung habe.

$X'Y'Z'$ sei ein orthogonales, rechtshändiges Achsensystem, das im System $K(v)$ festliegen möge, und dessen Achsen denen von XYZ parallel sein mögen.

Ungestrichene Buchstaben bezeichnen im Erdsystem gemessene Größen und gestrichene Buchstaben dieselben Größen im System $K(v)$ gemessen.

Dann nehmen die Raum-Zeit-Transformationen zwischen $K(o)$ und $K(v)$ die Form:

$$t' = \frac{t - \frac{v}{c^2} z}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \qquad t = \frac{t' + \frac{v}{c^2} z'}{\sqrt{1 + \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$x' = x \qquad x = x'$$

$$y' = y \qquad y = y'$$

$$z' = \frac{z - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \qquad z = \frac{z' + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

an, wo c die Lichtgeschwindigkeit bedeutet, und wo die Zeiträume so gewählt sind, daß die Zeiten an den beiden Anfangspunkten der Systeme null sind, wenn diese Anfangspunkte zusammenfallen.

Ein Teilchen habe die Geschwindigkeit V relativ zu $K(o)$ und V' relativ zu $K(v)$. Es seien V_x, V_y, V_z die Komponenten von V und V_x', V_y', V_z' die Komponenten von V'. Dann folgen ohne weiteres die nachstehenden kinematischen Transformationen, wenn man die Abgeleiteten der Raum-Zeit-Transformationen nach der Zeit unter Berücksichtigung der Beziehung

$$dt\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} = dt'\sqrt{1 - \frac{V'^2}{c^2}}$$

nimmt:

$$\frac{V'_x}{V_x} = \frac{V'_y}{V_y} = \sqrt{\frac{1 - \frac{V'^2}{c^2}}{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \frac{1 + \frac{vV'_x}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 - \frac{vV_x}{c^2}}$$

$$V'_x = \frac{V_x - v}{1 - \frac{vV_x}{c^2}} \qquad V_x = \frac{V'_x + v}{1 + \frac{vV'_x}{c^2}}$$

$$\frac{\dot{V}'_x}{\left(1 - \frac{V'^2}{c^2}\right)^{3/2}} = \frac{\dot{V}_x - \frac{v}{c^2}[V_y\dot{V}_x - V_x\dot{V}_y]}{\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)^{3/2}\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

und ähnlich für $\dot{V}'_y$,

$$\frac{\dot{V}'_z}{\left(1 - \frac{V'^2}{c^2}\right)^{3/2}} = \frac{\dot{V}_z}{\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)^{3/2}}.$$

Bewegte Ladungen.

Das Feld, das von einem geladenen Teilchen herrührt, welches relativ zum Beobachter in Ruhe ist, können wir durch radiale Kraftlinien darstellen, die so gezogen sind, daß gleiche räumliche Winkel dieselbe Anzahl Kraftlinien enthalten. Wir können dann die Feldstärke in irgendeinem Punkte dahin definieren, daß sie die Richtung der Kraftlinie in diesem Punkte hat und an Größe proportional der Dichte der Kraftlinien an diesem Punkte ist. Wir wollen jetzt diese Definition der Feldstärke auf solche Ladungen ausdehnen, die sich relativ zum Beobachter bewegen. Wir betrachten eine Ladung e im Punkte O' (Fig. 1) in $K(v)$. Es sei dS' ein

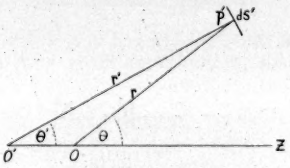


Fig. 1.

in $K(v)$ bei P' festliegendes Oberflächenelement, senkrecht zu $O'P'$. Es sei $O'P' = r'$, und der Winkel zwischen $O'P'$ und der Z'-Achse sei θ'. Dann wird E', die Intensität in P', in $K(v)$ gemessen, $\frac{e}{r'^2}$ sein. Wir wollen die Intensität E finden, die von e in einem Punkte P in $K(o)$ herrührt, wenn P mit P' zusammenfällt. Wegen der verschiedenen Definitionen der Gleichzeitigkeit in den beiden Systemen $K(v)$ und $K(o)$ wird, wenn P' und P zusammenfallen, die Ladung e, von $K(o)$ aus gesehen, sich in irgendeinem nicht mit O' zusammenfallenden Punkte O befinden. Es sei $OP = r$, und der Winkel zwischen OP und der Z-Achse sei θ. Die Raum-Zeit-Transformationen liefern die Beziehungen:

$$r' = \frac{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}\sin^2\theta}}{1 - \frac{v^2}{c^2}} r,$$

$$\sin\theta' = \frac{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}\sin^2\theta}} \sin\theta,$$

$$\cos\theta' = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}\sin^2\theta}} \cos\theta.$$

Die Richtung der Kraftlinien, von $K(o)$ aus gesehen, und mithin die Feldrichtung, wird OP sein, und nicht $O'P'$. Nun wird dS', von $K(o)$ aus gesehen, nicht senkrecht zu OP sein. Es sei dS die Komponente von dS', die, von $K(o)$ aus gesehen, senkrecht zu OP ist. Dann ergibt eine kurze Rechnung:

$$dS' = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}\sin^2\theta}} dS.$$

Nun verhält sich die Dichte der Kraftlinien bei P in $K(o)$ zur Dichte der Kraftlinien bei P' in $K(v)$ in dem Augenblicke, da P und P' zusammenfallen, wie dS' zu dS, das heißt, wie $1 : \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}\sin^2\theta}$. Folglich erhalten wir:

$$\frac{E}{E'} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}\sin^2\theta}}.$$

Es ist aber:

$$E' = \frac{e}{r'^2} = \frac{e}{r^2} \frac{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\sin^2\theta\right)},$$

mithin:

$$E = \frac{e}{r^2} \frac{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\sin^2\theta\right)^{3/2}}. \qquad (1)$$

Diese Kraft E hat, wie bereits erwähnt, die Richtung der durch P gehenden Kraftlinie, wie sie in $K(o)$ beobachtet wird, das heißt, die Richtung OP, wo O die scheinbare Lage der Ladung für einen Beobachter in $K(o)$ im betrachteten Augenblicke ist.

Mit Hilfe des Relativitätsprinzips haben wir also aus den Gesetzen der Elektrostatik mit großer Leichtigkeit einen Ausdruck abzuleiten vermocht, den Heaviside aus der elektromagnetischen Gleichung nur durch Anwendung ziemlich komplizierter mathematischer Prozesse abgeleitet hat.

Die Beziehungen zwischen den Komponenten von E in P und von E' in P' ergeben sich ohne weiteres aus den bereits abgeleiteten Ausdrücken:

$$E_x = \frac{E'_x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

$$E_y = \frac{E'_y}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

$$E_z = E'_z.$$

Das Ampèresche Gesetz (die Kraft zwischen Stromelementen).

Wir können einen Strom ansehen als gebildet aus einer gegebenen Menge positiver Elektrizität, die sich mit einer gegebenen Strömungsgeschwindigkeit längs des Drahtes in der Stromrichtung bewegt, und aus einer anderen gegebenen Menge negativer Elektrizität, die sich mit einer anderen gegebenen Strömungsgeschwindigkeit in der der Stromrichtung entgegengesetzten Richtung bewegt. Es sei u_1 die Geschwindigkeit der positiven Elektrizität und u_2 jene der negativen. Es sei λ_1 die lineare Dichte der positiven Elektrizität, oder die Menge positiver Elektrizität, die sich auf der Längeneinheit des Drahtes bewegt, λ_2 die Menge negativer Elektrizität, die sich auf der Längeneinheit des Drahtes bewegt. Wir betrachten ein Drahtelement von der Länge ds. Dann können wir ein Stromelement definieren als $(\lambda_1 u_1 + \lambda_2 u_2)\, ds$. Dieses Drahtelement ist nun als Ganzes ungeladen. Es müssen somit in dem Element eine Menge positiver Elektrizität $(k - \lambda_1) ds$ und eine Menge negativer Elektrizität $(k - \lambda_2) ds$ in Ruhe sein, wo k irgendeine Konstante ist. Da der Strom von jenem Teile der Ladung im Drahte herrührt, der sich in Bewegung befindet, so reduziert sich unser Problem auf eine Betrachtung der Kräfte zwischen zwei Ladungen, die sich beide relativ zum Beobachter bewegen.

Um unsere Überlegung möglichst einfach zu gestalten, wollen wir uns auf solche Ströme beschränken, die in derselben Ebene liegen. Es besteht keine Schwierigkeit darin, die Überlegung auf solche Ströme auszudehnen, die nicht in derselben Ebene liegen. Aber in diesem Falle wird der Beweis etwas komplizierter.

In einem gegebenen Augenblicke haben in $K(o)$ zwei Körper, einer in A, der andere in B (siehe Fig. 2) relativ zu $K(o)$ die Geschwindigkeiten v cm/sec bzw. u cm/sec. Es sei $AB = r$.

Wir wählen die X- und die Z-Achse so, daß die Z-Achse parallel der Richtung u ist.

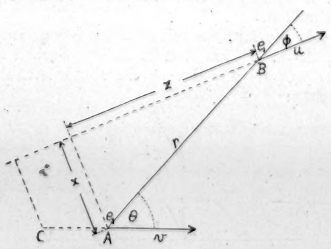


Fig. 2.

Der Anfangspunkt liege in B. Wir wollen die Kraft an dem geladenen Körper in B finden, die von dem anderen geladenen Körper herrührt. Um diese Kraft zu finden, müssen wir von dem System $K(u)$ aus beobachten. Infolge des zeitlichen Synchronismus von $K(u)$ wird aber, wenn der eine geladene Körper in B ist, der andere nicht in A sein. Er wird an einem Punkte C sein, dessen Koordinaten sich als

$$z = -\frac{r\cos\varphi}{1 - \frac{uv\cos(\theta-\varphi)}{c^2}},$$

$$x = -\frac{r\sin\varphi - r\frac{uv}{c^2}\sin\theta}{1 - \frac{uv\cos(\theta-\varphi)}{c^2}}$$

ergeben. Diese Strecken sind, in $K(u)$ gemessen, wenn sich die gestrichenen Werte auf $K(u)$ beziehen,

$$z' = -\frac{r\cos\varphi\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}{1 - \frac{uv\cos(\theta-\varphi)}{c^2}},$$

$$x' = -\frac{r\sin\varphi - r\frac{uv}{c^2}\sin\theta}{1 - \frac{uv\cos(\theta-\varphi)}{c^2}},$$

und der Abstand zwischen den Ladungen ist

$$r' = \frac{r}{1 - \frac{uv\cos(\theta-\varphi)}{c^2}}\left\{1 - 2\frac{uv}{c^2}\sin\varphi\sin\theta + \frac{u^2v^2}{c^2}\sin^2\theta - \frac{u^2}{c^2}\cos^2\varphi\right\}^{1/2}.$$

Durch Anwendung der Gleichung (1) und Vereinfachung erhalten wir

$$F'_x = \frac{e_1 e_2\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)\left(\sin\varphi - \frac{uv}{c^2}\sin\theta\right)}{r^2\left(1-\frac{u^2}{c^2}\right)^{1/2}\left(1-\frac{v^2}{c^2}\sin^2\theta\right)^{3/2}},$$

$$F'_z = \frac{e_1 e_2\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)\cos\varphi}{r^2\left(1-\frac{v^2}{c^2}\sin^2\theta\right)^{3/2}}.$$

Es seien F_x und F_z die Kräfte, wie sie in $K(o)$ gemessen werden, die an der Ladung in B angreifen müssen, um dieselbe Wirkung hervorzurufen wie F_x' und F_z'. Dann ist:

$$F_x = \frac{e_1 e_2\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)\left(\sin\varphi - \frac{uv}{c^2}\sin\theta\right)}{r^2\left(1-\frac{v^2}{c^2}\sin^2\theta\right)^{3/2}},$$

$$F_x = \frac{e_1 e_2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \cos\varphi}{r^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \sin^2\theta\right)^{3/2}}.$$

Wir ersetzen nun e_1 durch ein Stromelement $(\lambda_1 u_1 + \lambda_2 u_2)\, ds$. In diesem Drahtelement sind die positive Elektrizität $(k - \lambda_1)\, ds$ und die negative Elektrizität $(k - \lambda_2)\, ds$ in Ruhe. Wir betrachten die positive Elektrizität $\lambda_1 ds$, die sich in Bewegung befindet, und einen Teil $\lambda_1 ds$ der negativen Elektrizität, der sich in Ruhe befindet. Die Komponenten der von e_2 herrührenden Kraft auf die in Ruhe befindliche negative Elektrizität $\lambda_1 ds$ werden dann

$$F_x = \frac{-\lambda_1 e_2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \sin\varphi\, ds}{r^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \sin^2\theta\right)^{3/2}}$$

und

$$F_z = \frac{-\lambda_1 e_2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \cos\varphi\, ds}{r^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \sin^2\theta\right)^{3/2}}$$

sein.

Die Komponenten der von e_2 herrührenden Kraft an der in Bewegung befindlichen positiven Elektrizität $\lambda_1 ds$ sind aber, wie wir soeben gefunden haben,

$$F_x = \frac{\lambda_1 e_2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)\left(\sin\varphi - \frac{u_1 v}{c^2} \sin\theta\right) ds}{r^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \sin^2\theta\right)^{3/2}}$$

und

$$F_z = \frac{\lambda_1 e_2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \cos\varphi\, ds}{r^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \sin^2\theta\right)^{3/2}}.$$

Kombinieren wir diese Gleichungen, so bleibt die Kraft

$$\frac{-\frac{\lambda_1 e_2 u_1 v}{c^2} \sin\theta \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) ds}{r^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \sin^2\theta\right)^{3/2}}$$

in der X-Richtung übrig.

Durch dasselbe Verfahren finden wir, daß die von der bewegten Ladung bei A herrührende Gesamtkraft an dem Stromelement in B

$$F_x = \frac{-e_2 v i_1}{r^2} \sin\theta\, ds \frac{1 - \frac{v^2}{c^2}}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2} \sin^2\theta\right)^{3/2}}$$

ist, wo i_1 die Stromstärke in elektromagnetischen Einheiten ist.

Da die Strömungsgeschwindigkeit der einen Leitungsstrom in einem Drahte ausmachenden Ladungen sicherlich klein gegenüber der Lichtgeschwindigkeit ist, können wir den Faktor

$$\frac{1 - \frac{v^2}{c^2}}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2} \sin^2\theta\right)^{3/2}}$$

gleich Eins setzen.

Wenn wir e_2 durch ein Stromelement ersetzen, so finden wir für die Gesamtkraft, die das Stromelement $i_2 ds_2$ bei A auf das Stromelement $i_1 ds_1$ bei B ausübt, auf der Erde (im System $K(o)$) gemessen, den Ausdruck:

$$F_x = -\frac{i_1 i_2 \sin\theta\, ds_1 ds_2}{r^2},$$

wo i_1 und i_2 beide in elektromagnetischen Einheiten gemessen sind.

Dieser Ausdruck gibt alle zwischen den Strömen bestehenden Kräfte wieder, und ebenso die Erscheinungen des induzierten Stromes, die bei Bewegung eines geschlossenen Stromkreises durch ein sogenanntes Magnetfeld auftreten. Die in einem Sekundärkreise durch Änderung des Stromes im Primärkreise erzeugten induzierten Stromwirkungen lassen sich sehr einfach folgendermaßen behandeln.

Das Faradaysche Gesetz.

So oft ein geladener Körper beschleunigt wird, werden offenbar die Kraftlinien einen Knick erfahren. Wenn der geladene Körper nur sehr kurze Zeitlang beschleunigt wird, werden diese Knicke in Gestalt eines Impulses nach außen wandern. Dieser Impuls muß nun relativ zum System des Feldes innerhalb des Impulses dieselbe Geschwindigkeit haben wie relativ zum System des Feldes außerhalb des Impulses. Diese beiden Systeme können indessen willkürlich gewählt werden. Der Impuls muß daher relativ zu allen Systemen dieselbe Geschwindigkeit haben. Die einzige Geschwindigkeit, die dieser Bedingung genügt, ist die Lichtgeschwindigkeit. Die Geschwindigkeit des Impulses muß somit c sein[1]).

1) Gegen diese Überlegung könnte man einwenden, daß sich der Impuls bei der Bewegung nach außen ausdehnen könnte, d. h. daß die Außenseite des Impulses eine größere Geschwindigkeit haben könnte als die Innenseite. Aber wenn dies unter gewissen Bedingungen zutreffen würde, so würde man notwendig annehmen müssen, daß unter gewissen anderen Bedingungen das Umgekehrte stattfinden würde. Wir würden also zu dem höchst unwahrscheinlichen Schlusse gezwungen sein, daß die Innenseite des Impulses die Außenseite überholen und durch sie hindurchgehen könnte.

Wir betrachten zwei Ladungen, e_1 und e_2, in A bzw. B (Fig. 3). Die Ladung in B möge relativ zum Beobachter in $K(o)$ in Ruhe sein, und die Ladung in A möge sich relativ zu ihm mit der Geschwindigkeit v nach rechts bewegen. Wenn e_1 in A ist, so erfährt sie die Beschleunigung f in Richtung ihrer Geschwindigkeit v. Es sei $AB = r = ct$. BE ist ein Bogen mit dem Mittelpunkte A und dem Halbmesser ct, CD ein Bogen mit dem Mittelpunkte A und dem Halbmesser $c\ (t - dt)$. Wenn wir, wie

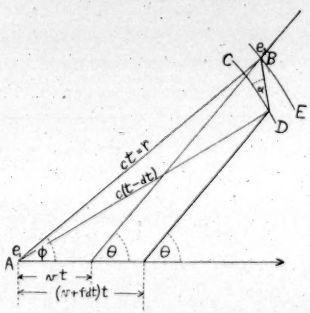


Fig. 3.

zuvor, die Feldstärke als proportional der Kraftliniendichte an dem betrachteten Punkte definieren, so wird die Feldstärke unmittelbar links von B

$$F = \frac{e_1 e_2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}}{r_2^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\sin^2\theta\right)^{\frac{3}{2}}} \cdot \frac{1}{\sin\alpha}$$

sein, vorausgesetzt, daß v klein gegen c ist. Dann wird die von e_1 herrührende Kraft an demselben Punkte

$$E = \frac{e_1 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}{r^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\sin^2\theta\right)^{\frac{3}{2}}} \cdot \frac{1}{\sin\alpha}$$

sein.

Bezeichnen wir mit $E_\parallel$ und $E_\perp$ die Komponenten von E parallel bzw. senkrecht zum Halbmesser AB, so ist:

$$E_\parallel = \frac{e_1 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}{r^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\sin^2\theta\right)^{\frac{3}{2}}}$$

und

$$E_\perp = \frac{e_1 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}{r^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\sin^2\theta\right)^{\frac{3}{2}}} \operatorname{cotg}\alpha .$$

Wir sehen also, daß die Komponente der Feldstärke parallel zum Halbmesser AB auf dem ganzen Impulse kontinuierlich ist.

Nun ist $\operatorname{cotg}\alpha = \frac{ft\sin\theta}{c}$, wenn $\frac{v}{c}$ klein ist. Folglich ist:

$$E_\perp = \frac{e_1 f}{rc^2} \frac{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\sin^2\theta\right)^{\frac{3}{2}}} \sin\theta .$$

Wenn wir e_1 durch das Stromelement $i\,ds$ ersetzen, so ist in elektromagnetischen Einheiten

$$E_\perp = \frac{di}{dt} \frac{\sin\theta \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) ds}{r \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\sin^2\theta\right)^{\frac{3}{2}}} .$$

Wenn $\frac{v}{c}$ klein ist, so geht diese Gleichung über in

$$E_\perp = \frac{di}{dt} \frac{\sin\theta}{r} ds ,$$

und das ist der Ausdruck für die induzierte elektromotorische Kraft in einem Drahte, die durch eine Änderung des Stromes in einem anderen Drahte hervorgerufen wird.

Schlußfolgerungen.

Unser Zweck war, die Grundgesetze der Elektrodynamik — das Gesetz der zwischen Strömen wirkenden Kraft und das Gesetz, welches die Strominduktion beherrscht — aus denen der Elektrostatik abzuleiten. Wir haben den Teil der aus dem Relativitätsprinzip abgeleiteten Theorie zugrunde gelegt, der nur auf der Tatsache beruht, daß die Lichtgeschwindigkeit, in verschiedenen Systemen gemessen, dieselbe sein muß und keineswegs von den elektrodynamischen Gleichungen abhängig ist. Wir haben dann die folgenden Begriffe der Elektrostatik auf bewegte Ladungen ausgedehnt.

1. Für einen relativ zu einer Ladung ruhenden Beobachter kann man die Ladung durch ein Feld von Kraftlinien ersetzen, die von der Ladung derartig ausstrahlen, daß gleiche räumliche Winkel gleiche Anzahl Kraftlinien enthalten.

2. Für einen Beobachter, relativ zu dem sich die Ladung bewegt, sowie für einen relativ zur Ladung ruhenden Beobachter ist die von

der Ladung herrührende elektrische Feldstärke proportional der augenblicklichen Kraftliniendichte im betrachteten Punkte.

Mit Hilfe dieser Erweiterungen elektrostatischer Begriffe auf bewegte Ladungen waren wir in der Lage, a) den Ausdruck für die Feldstärke, die von einer relativ zum Beobachter bewegten Ladung herrührt, b) das Ampèresche Gesetz oder dessen Äquivalent, c) das Faradaysche Gesetz oder dessen Äquivalent abzuleiten.

Von einem anderen Standpunkte aus betrachtet, kann der Umstand, daß wir imstande gewesen sind, mit Hilfe des Relativitätsprinzips die Grundbeziehungen der Elektrodynamik aus jenen der Elektrostatik abzuleiten, als eine gewisse Bestätigung des Relativitätsprinzips angesehen werden.

Ich bin Herrn Professor H. A. Bumstead für verschiedene wertvolle Ratschläge und Herrn Dr. H. M. Dadourian für seine Hilfe und seine Anregung herzlichen Dank schuldig.

Sheffield, Scientific School, 7. März 1912.

(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 13. Mai 1912.)

Eine einfache Ableitung der vollständigen Theorie des Oszillographen.

Von Hans Busch.

1. Den Oszillographen kann man charakterisieren als ein Galvanometer, welches in jedem Augenblick den Momentanwert des hindurchfließenden Stromes auch bei sehr schnell veränderlichen Strömen angibt. Wir werden daher im folgenden statt von Oszillographen allgemein von Galvanometern sprechen. Die allgemeine Theorie des Oszillographen ist in einer klassischen Arbeit von Blondel[1]), dem ersten Konstrukteur eines brauchbaren Oszillographen, gegeben worden. Der Gedankengang Blondels war der, daß er den durch das Galvanometer fließenden Strom nach dem Fourierschen Satze in die einzelnen Harmonischen zerlegte, und nun als Bedingung für die richtige Aufzeichnung eines beliebig verlaufenden Stromes die aufstellte, daß die einzelnen Harmonischen des Stromes im gleichen Maßstabe und in gleicher zeitlicher Phase im Ausschlage des Galvanometers wiedergegeben werden mußten; d. h. es mußte einerseits die Empfindlichkeit des Oszillographen-Galvanometers möglichst unabhängig von der Frequenz sein, und andererseits mußte bei allen Frequenzen der Galvanometerausschlag eine möglichst geringe Phasenverschiebung gegen den Strom zeigen. Indem Blondel nun aus der Lösung der Bewegungsgleichung des Galvanometers (Schwingungsdifferentialgleichung) den Galvanometerausschlag und seine Phasenverschiebung als Funktionen der Wechselstromfrequenz berechnete, konnte er zeigen, daß die obigen beiden Bedingungen dann am besten erfüllt sind, wenn erstens das Verhältnis von Dämpfungskonstante δ und 2π-facher Eigenschwingungszahl ν (des ungedämpft schwingenden Galvanometers)

$$\frac{\delta}{\nu} = \sqrt{\frac{1}{2}} \qquad (a)$$

ist, und zweitens die Eigenschwingungsdauer T_0 des Galvanometers wesentlich kleiner ist als die Schwingungsdauer T der höchsten in Betracht kommenden Harmonischen:

$$T_0 << T. \qquad (b)$$

Später wurde dann von Orlich[2]) die Bemerkung gemacht, daß auch dann, wenn die Phasenverzögerung der einzelnen Oberschwingungen nicht sehr klein ist, die Gesamtschwingung doch ziemlich richtig vom Oszillographen wiedergegeben wird. Es ergibt sich nämlich die Phasenverzögerung φ in erster Annäherung als proportional mit der Schwingungsfrequenz n, so daß die Verzögerungszeit $\tau = \frac{\varphi}{2\pi n}$ in erster Annäherung konstant ist. Es erscheinen daher im Oszillogramm alle Oberschwingungen um nahezu die gleiche Zeit verzögert; die Oszillographenkurve stimmt also, abgesehen von der Amplitude der Oberschwingungen, mit der Stromkurve überein, sie erscheint nur im ganzen in Richtung der Zeitachse verschoben.

2. Zweck der folgenden Zeilen ist, zu zeigen, wie man auf einem viel einfacheren Wege fast ohne Rechnung zu dem Blondel-Orlichschen Resultat gelangen kann.

Wir gehen aus von der Bewegungsgleichung des Galvanometers, der bekannten Schwingungsdifferentialgleichung:

$$\Theta\ddot{x} + R\dot{x} + Dx = C \cdot i, \qquad (1)$$

worin die Buchstaben folgende Bedeutung haben:

i ist der durch das Galvanometer fließende Strom,

Ci das von ihm ausgeübte Drehmoment,

x der Ausschlag des Galvanometers, d. h. der Winkel, um den das bewegliche System aus seiner Ruhelage heraus gedreht ist;

1) A. Blondel, C. R. **116**, 748, 1893; Eclairage Electrique **33**, 115–125, 1902.

2) Orlich, Aufnahme und Analyse von Wechselstromkurven, S. 47 (Braunschweig 1906).

i und x sind Funktionen der Zeit t, $\dot{x}$ und $\ddot{x}$ sind die beiden ersten Ableitungen von x nach t.

Θ ist das Trägheitsmoment,

R der Dämpfungswiderstand,

D die Direktionskraft.

Dividieren wir die Gleichung durch Θ und setzen in üblicher Weise:

$$\frac{R}{\Theta} = 2\delta; \quad \frac{D}{\Theta} = \nu^2; \quad \frac{C}{\Theta} = \gamma, \tag{2}$$

so geht Gl. (1) über in

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \nu^2 x = \gamma i. \tag{1a}$$

Durch Integration der entsprechenden homogenen Gleichung ($i = 0$) findet man in bekannter Weise, daß ν die Schwingungszahl des ungedämpft schwingenden Instrumentes in 2π Sekunden und δ seine Dämpfungskonstante ist.

Zur Beantwortung der uns interessierenden Frage, unter welchen Umständen der Galvanometerausschlag einen beliebig verlaufenden Strom $i(t)$ am genauesten abbildet, brauchen wir aber die Gleichung (1a) gar nicht zu integrieren. Wir schließen vielmehr so: Wir verlangen, daß die vom Oszillographen gezeichnete Kurve $x = x(t)$ bis auf den Maßstab mit der Stromkurve $i = i(t)$ übereinstimmen soll. Dabei ist aber, wie oben bemerkt, nicht nötig, daß einander entsprechende Ordinaten x und i zu gleichen Abszissen (Zeiten) gehören; vielmehr genügt es, wenn die beiden in entsprechendem Maßstabe gezeichneten Kurven durch eine Parallelverschiebung der einen in Richtung der Zeitachse miteinander zur Deckung gebracht werden können, d. h. wir verlangen, daß zwischen den Zeitfunktionen $x(t)$ und $i(t)$ eine Beziehung bestehe:

$$A \cdot x(t+\tau) = i(t), \tag{3}$$

worin A und τ Konstanten sind, und zwar ist A der Reduktionsfaktor des Galvanometers (d. h. der dem Ausschlag 1 entsprechende Strom) und τ ist die Zeit, um die der Galvanometerausschlag x hinter dem Strom i zurückbleibt.

Wir wollen nun untersuchen, inwieweit der Oszillograph diese Forderung erfüllt und führen zu diesem Zwecke den Ansatz (3) probeweise in die Bewegungsgleichung (1a) des Galvanometers ein, indem wir in (1a) für $i(t)$ setzen $A \cdot x(t+\tau)$ und gleichzeitig die Funktion $x(t+\tau)$ nach dem Taylorschen Satze entwickeln:

$$\left.\begin{aligned} &\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \nu^2 x = \\ &= A\gamma\Big[x(t) + \tau\cdot\dot{x}(t) + \\ &+ \frac{\tau^2}{2!}\ddot{x}(t) + \frac{\tau^3}{3!}\dddot{x}(t) + \cdots\Big]. \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

Durch Koeffizientenvergleichung erkennt man, daß unser Ansatz (3) die Differentialgleichung (1a) nur dann befriedigt, wenn

$$\nu^2 = \gamma A, \tag{5}$$

$$2\delta = \gamma A \cdot \tau = \nu^2 \tau, \tag{6}$$

$$1 = \gamma A \frac{\tau^2}{2} = \frac{\nu^2\tau^2}{2}, \tag{7}$$

$$\frac{\tau^3}{3!}\dddot{x} + \frac{\tau^4}{4!}\ddot{\ddot{x}} + \cdots = 0 \tag{8}$$

sind. Von diesen vier Beziehungen bestimmen die beiden ersten die noch unbekannten Konstanten A und τ:

$$A = \frac{\nu^2}{\gamma}, \tag{5a}$$

$$\tau = \frac{2\delta}{\nu^2}. \tag{6a}$$

Die dritte Gleichung liefert, wenn wir darin τ aus (6a) einsetzen, eine Beziehung zwischen δ und ν:

$$1 = \frac{\nu^2}{2}\frac{4\delta^2}{\nu^4}$$

oder

$$\frac{\delta}{\nu} = \sqrt{\frac{1}{2}}, \tag{7a}$$

also gerade die von Blondel gefundene erste Bedingung (a).

Wir wollen diese Bedingung noch etwas umformen, indem wir statt δ und ν eine experimentell direkt zu ermittelnde Größe, nämlich das Dämpfungsverhältnis k (bezogen auf eine Halbperiode) bezw. das logarithmische Dekrement $\mathfrak{d} = \log\text{nat}\, k$ einführen. Es ist, wenn $T_\mathfrak{d}$ die Periodendauer des gedämpften Systems bezeichnet,

$$\mathfrak{d} = \delta\cdot\frac{T_\mathfrak{d}}{2} = \frac{\delta}{2}\frac{2\pi}{\sqrt{\nu^2-\delta^2}} = \frac{\pi}{\sqrt{\frac{\nu^2}{\delta^2}-1}};$$

Gl. (7a) verlangt demnach, daß

$$\left.\begin{aligned} &\mathfrak{d} = \pi\frac{1}{\sqrt{2-1}} = \pi, \\ \text{also}\quad &k = e^{\mathfrak{d}} = e^{\pi} = 23{,}14 \end{aligned}\right\} \tag{7b}$$

gemacht wird, d. h. daß die Dämpfung des Oszillographen so eingestellt wird, daß das nach einem Anstoße sich selbst überlassene System bei der Rückkehr in die Ruhelage über diese hinaus schwingt, und zwar um einen Betrag, der etwa gleich $^1/_{23} = 4{,}3$ Proz. des vorangegangenen größten Ausschlages ist.

Bei einem Oszillographen, dessen Dämpfung entsprechend Gleichung (7b) eingestellt ist, wird die Verzögerungszeit [Gl. (7a) in (6a) eingesetzt]:

$$\tau = \frac{1}{\delta} = \frac{\sqrt{2}}{\nu} = \frac{T_0}{\pi\sqrt{2}} = \frac{T_\mathfrak{d}}{2\pi}, \tag{6b}$$

worin T_0 bezw. $T_\mathfrak{d}$ die Eigenschwingungsdauer des ungedämpft bezw. mit der Dämpfung $\mathfrak{d} = \pi$ schwingenden Oszillographen ist.

Bedingung (8) endlich läßt sich natürlich nicht streng erfüllen, weil die linke Seite (das Restglied der Taylorschen Reihe) im allgemeinen endlich ist. Infolgedessen kann unser Ansatz (3) die Bewegung des Oszillographen nicht genau wiedergeben, sondern es wird zwischen der wirklich aufgezeichneten Kurve $x(t+\tau)$ und der dem Ansatz (3) entsprechenden „idealen Kurve" $x^*(t+\tau) = \frac{1}{A} i(t)$ eine Differenz F_x bestehen. F_x ist dann der Fehler, den der Oszillograph macht; er ist gleich

$$F_x = x(t+\tau) - x^*(t+\tau) = x(t+\tau) - \frac{1}{A} i(t).$$

Entwickeln wir, wie oben, $x(t+\tau)$ nach dem Taylorschen Satze und entnehmen $i(t)$ aus der Differentialgleichung (1a), so wird

$$F_x = -\frac{1}{A\gamma}(\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \nu^2 x) + x + \tau\dot{x} + \frac{\tau^2}{2!}\ddot{x} + \frac{\tau^3}{3!}\dddot{x} + \cdots \quad (9)$$

und, falls die Gleichungen (5), (6) und (7) erfüllt sind:

$$F_x = \frac{\tau^3}{3!}\dddot{x} + \frac{\tau^4}{4!}\ddot{\dddot{x}} + \cdots. \quad (9a)$$

Der Fehler, den der Oszillograph macht, ist also gleich der linken Seite von Gleichung (8). Streng genommen verlangt demnach Bedingung (8), daß dieser Fehler verschwinde; praktisch genügt es natürlich, wenn er sehr klein ist gegenüber dem größten vorkommenden Ausschlag x_0 (genauer, wenn er kleiner ist als der durch die beschränkte Ablesegenauigkeit hervorgerufene Fehler, der bei den technischen Oszillographen $^1/_{400}\, x_0$ bis $^1/_{200}\, x_0$ beträgt). Wir müssen deshalb statt der unerfüllbaren Bedingung (8) schreiben:

$$F_x = \frac{\tau^3}{3!}\dddot{x} + \frac{\tau^4}{4!}\ddot{\dddot{x}} + \cdots << x_0, \quad (8a)$$

oder, wenn wir nur das erste Glied dieser Reihe berücksichtigen, mit Benutzung von Gl. (6b):

$$\frac{(\sqrt{2})^3}{3!}\frac{\dddot{x}}{\nu^3} << x_0.$$

Um den Vergleich mit der Blondelschen Bedingung (b) anstellen zu können, nehmen wir als x-Kurve eine Sinuskurve (Oberschwingung) von der Frequenz ω (in 2π Sek.) und der Amplitude x_0; dann wird der größtmögliche Betrag von $\ddot{x}$ gleich der Amplitude der Schwingung $\dddot{x}$, also gleich $x_0\omega^3$ und dann lautet Bedingung (8):

$$\left.\begin{aligned} &\frac{2^{5/2}}{6}\left(\frac{\omega}{\nu}\right)^3 << 1 \\ &\frac{\omega}{\nu} = \frac{T_0}{T} << \frac{\sqrt[5]{6}}{\sqrt{2}} = 1{,}28; \end{aligned}\right\} \quad (8b)$$

das ist die Blondelsche Bedingung (b).

Diese Bedingung läßt sich präziser fassen, wenn man den Höchstbetrag vorschreibt, den der Fehler F_x nicht überschreiten soll; man erhält dann eine obere Grenze für das Verhältnis $\frac{T_0}{T}$; soll zum Beispiel für die Oberschwingung von der Frequenz ω und der Amplitude x_0 $F_x \leqq {}^1/_{10}\, x_0$ sein (bei der geringen Amplitude der hohen Oberschwingungen ist diese Genauigkeit meist vollkommen ausreichend), so muß

$$\frac{2^{5/2}}{6}\left(\frac{\omega}{\nu}\right)^3 \leqq \frac{1}{10}$$

$$\frac{\omega}{\nu} = \frac{T_0}{T} \leqq \frac{\sqrt[5]{0{,}6}}{\sqrt{2}} = 0{,}6$$

sein. Oder: Ein Oszillograph mit richtig eingestellter Dämpfung gibt alle diejenigen Oberschwingungen, deren Frequenz kleiner ist als das 0,6-fache der Eigenfrequenz des ungedämpften Systems, mit einer Genauigkeit von mindestens 10 Proz. ihrer Amplitude richtig wieder.

3. Soweit leistet die vorstehende Theorie dasselbe wie die Blondelsche; sie leistet aber noch mehr: sie gestattet, den Fehler, den der Oszillograph macht, in sehr einfacher Weise zu berechnen oder abzuschätzen. Während man nach der Blondelschen Theorie, um den Fehler zu berechnen, die aufgezeichnete Kurve harmonisch analysieren muß, und dann den Fehler erst durch Addition der Fehler in den einzelnen Harmonischen erhält, bekommt man hier den Fehler direkt aus der Kurve mittels der Gl. (9a):

$$F_x = \frac{\tau^3}{3!}\dddot{x} + \frac{\tau^4}{4!}\ddot{\dddot{x}} + \cdots. \quad (9a)$$

Die rechts stehende Reihe hat eine einfache geometrische Bedeutung, die man aus dem Wege, auf dem Gl. (9a) abgeleitet wurde, sofort erkennt: Sie ist gleich dem Unterschiede zwischen der vollständigen Taylorschen Reihenentwicklung für $x(t+\tau)$ und der nach den ersten drei Gliedern abgebrochenen Reihe, also gleich dem Ordinatenunterschiede der x-Kurve und der sie im Punkte t approximierenden Parabel im Punkte $t+\tau$. Wir können hiernach die Bedingung für eine gute Abbildung, d. h. kleines F_x [die Blondelsche Bedingung (b)] in einer andern Form aussprechen: die vom Oszillographen aufgezeichnete Kurve gibt den Verlauf des Stromes so weit richtig wieder, als sie sich in Intervallen von der Breite τ durch Parabeln approximieren läßt. Es muß also die Verzögerungszeit τ, die nach Gl. (6b) das $\frac{1}{\pi\sqrt{2}}$-fache der Eigenschwingungsdauer T_0 des Oszillographen ist, erheblich kleiner

sein als die Zeiten, innerhalb deren wesentliche Schwankungen der Funktion $x(t)$ [genauer: Änderungen der zweiten Ableitung von $x(t)$] auftreten. Bei den technischen Oszillographen ist

$$T = \frac{1}{6000}\ \text{Sek. (Siemens)},$$

also

$$\tau = \frac{1}{\pi\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{6000} = \sim \frac{1}{30000}\ \text{Sek.};$$

bei richtiger Einstellung der Dämpfung ($\mathfrak{d} = \pi$) kann also das Oszillogramm so weit als zuverlässig gelten, als die aufgezeichnete Kurve innerhalb von Zeitintervallen von $^1/_{30000}$ Sek. glatt, d. h. parabelartig verläuft.

Als Beispiel für die Berechnung des Fehlers nach Gl. (9a) betrachten wir wieder eine Sinuskurve[1]); wir erhalten so gleichzeitig Antwort auf die den Elektrotechniker interessierende Frage: Wie groß ist der Fehler, mit dem die Oberschwingungen des zu untersuchenden Stroms abgebildet werden? Wir setzen also, wie oben,

$$x = x_0 \sin \omega t;$$

dann ergibt sich für das Verhältnis des größten Fehlers $F_{x\max}$ zur Schwingungsamplitude x_0, wenn wir wieder nur das erste Glied der Reihe in Gl. (9a) berücksichtigen:

$$\frac{F_{x\max}}{x_0} = \frac{2^{3}/_{2}}{6}\left(\frac{\omega}{\nu}\right)^3 = 0{,}47\left(\frac{\omega}{\nu}\right)^3 = 0{,}47\left(\frac{T_0}{T}\right)^3. \quad (9b)$$

Diese Gleichung zeigt, daß der Fehler mit abnehmender Frequenz der Schwingung sehr schnell, nämlich mit der dritten Potenz der Frequenz abnimmt; während er zum Beispiel bei $\omega = \nu$ etwa 47 Proz. beträgt, ist er für $\omega = \frac{\nu}{2}$ nur noch $^{47}/_{8}$ = etwa 6 Proz. In der zweiten Kolumne der nebenstehenden Tabelle sind die Fehlerbeträge für verschiedene Werte von $\frac{\omega}{\nu}$ zusammengestellt.

So günstig arbeitet der Oszillograph aber nur bei einem ganz bestimmten Werte des Dämpfungsdekrementes $\mathfrak{d}$, nämlich bei $\mathfrak{d} = \pi$ (Gl. 7b). Um beurteilen zu können, wie genau dieser Dämpfungsbetrag eingestellt werden muß, wollen wir den Fehler abschätzen für den Fall, daß Gl. (7b) nicht erfüllt ist. Man erhält dann aus Gl. (9):

$$\left.\begin{aligned} F_x &= \left(\frac{\tau^2}{2} - \frac{1}{A\gamma}\right)\ddot{x} + \frac{\tau^3}{3!}\dddot{x} + \cdots \\ &= \frac{1}{\nu^2}\left(2\frac{\delta^2}{\nu^2} - 1\right)\ddot{x} + \frac{4}{3}\frac{\delta^3}{\nu^6}\dddot{x} + \cdots, \end{aligned}\right| \quad (9c)$$

also für eine Sinuskurve $x = x_0 \sin \omega t$:

$$\begin{aligned} F_x &= -x_0\left\{\frac{\omega^2}{\nu^2}\left(2\frac{\delta^2}{\nu^2} - 1\right)\sin \omega t + \right. \\ &\qquad \left. + \frac{4}{3}\frac{\delta^3}{\nu^3}\frac{\omega^3}{\nu^3}\cos \omega t\right\} \\ &= -x_0\frac{\omega^2}{\nu^2}\sqrt{\left(2\frac{\delta^2}{\nu^2} - 1\right)^2 + \left(\frac{4}{3}\frac{\delta^3}{\nu^3}\frac{\omega}{\nu}\right)^2} \\ &\qquad \sin(\omega t + \varphi); \end{aligned}$$

und

$$\frac{F_{x\max}}{x_0} = \frac{\omega^2}{\nu^2}\sqrt{\left(2\frac{\delta^2}{\nu^2} - 1\right)^2 + \left(\frac{4}{3}\frac{\delta^3}{\nu^3}\frac{\omega}{\nu}\right)^2}. \quad (9d)$$

Für $\frac{\delta}{\nu} = \sqrt{\frac{1}{2}}$ geht diese Gleichung natürlich in (9b) über. Mittels Gl. (9d) sind die Kolumnen 1, 3 und 4 der nachstehenden Tabelle ausgerechnet; Kolumne 1 und 3 geben den Fehler für ein um 10 Proz. kleineres bezw. größeres $\frac{\delta}{\nu}$, d. h. für einen um 10 Proz. kleineren bezw. größeren Dämpfungswiderstand R als Gl. (7b) entspricht, Kolumne 4 die Fehlerbeträge, die auftreten bei Einstellung auf den „praktisch aperiodischen Grenzfall", d. h. den Fall, daß das System bei Rückkehr in die Ruhelage zwar noch über diese hinausschwingt, aber nur so wenig, daß der entsprechende Umkehrpunkt innerhalb der Ablesegenauigkeit mit der Ruhelage des Systems zusammenfällt.

Tabelle des Fehlers
in Prozenten der Schwingungsamplitude.

$\frac{\omega}{\nu}$	$\mathfrak{d} = 0{,}825\,\pi$ $k = 13{,}3$ $\frac{\delta}{\nu} = 0{,}9\sqrt{\frac{1}{2}}$	$\mathfrak{d} = \pi$ $k = 23{,}14$ $\frac{\delta}{\nu} = \sqrt{\frac{1}{2}}$	$\mathfrak{d} = 1{,}24\,\pi$ $k = 48{,}8$ $\frac{\delta}{\nu} = 1{,}1\cdot\sqrt{\frac{1}{2}}$	$\mathfrak{d} = 2\,\pi$ $k = 535$ $\frac{\delta}{\nu} = \frac{2}{\sqrt{5}}$
$^1/_4$	1,3 Proz.	0,7 Proz.	1,64 Proz.	4,0 Proz.
$^1/_2$	6,4 „	5,9 „	9,6 „	19 „
1	39 „	47 „	66 „	113 „[1])

Danach ist eine Abweichung des Dämpfungswiderstandes R um +10 Proz. von dem durch Gl. (7a) vorgeschriebenen Werte wohl noch eben als zulässig anzusehen (eine wesentliche Vergrößerung des Fehlers findet nur bei den kleinen Frequenzen statt, wo der Fehler an sich klein ist); dagegen wird bei Einstellung auf aperiodische Dämpfung der Fehler bei allen Frequenzen erheblich vergrößert.

4. Unsere bisherigen Ergebnisse setzen uns in den Stand, den Fehler der Abbildung eines Stromes durch den Oszillographen anzugeben, falls uns die vom Oszillographen gezeich-

1) Bei diesem Spezialfall läßt sich natürlich die Fehlerberechnung ebensogut nach der Blondelschen Methode ausführen.

1) Die Zahlen der letzten Zeile geben nur eine rohe Annäherung, da die Formeln (9b—d) nur unter der Voraussetzung gelten, daß der Fehler klein ist.

nete Kurve (die x-Kurve) gegeben ist (Gl. 9a—d). Wenn wir aber die Leistungsfähigkeit des Oszillographen beurteilen wollen, so müssen wir im voraus wissen, mit welcher Genauigkeit eine vorgegebene Stromkurve aufgezeichnet wird, d. h. wir müssen den Fehler durch den Strom i und seine Ableitungen ausdrücken. Dazu sind, da nach Gl. (9a) der Fehler durch die Ableitungen von x bestimmt ist, diese Ableitungen von x auszudrücken durch i und seine Ableitungen.

Dies ist ohne weiteres möglich, wenn der Fehler F_x sehr klein ist; denn dann kann man die x-Kurve mit der aus der i-Kurve durch die Gleichung (3) zu ermittelnden x^*-Kurve identifizieren und die Ableitungen von x einfach durch Differentiation der Gleichung (3) erhalten:

$$\dddot{x}(t) = \dddot{x}^*(t) = \frac{1}{A} \cdot \dddot{i}(t-\tau)$$

usw., so daß sich für den Fehler aus Gl. (9a) ergibt:

$$A \cdot F_x = F_i = \frac{\tau^3}{3!}\dddot{i} + \frac{\tau^4}{4!}\dddot{i} + \cdots \qquad (10)$$

(F_i ist die Abweichung des aus dem Oszillogramm abgelesenen Stromes vom wirklichen Strom). Damit aber diese Rechnung zulässig ist, ist eine sehr genaue Übereinstimmung der x- und x^*-Kurve nötig; denn es ist sehr wohl möglich, daß zwar die x und x^* selbst längs der ganzen Kurven sehr nahe einander gleich sind, daß aber die Ableitungen erhebliche Unterschiede aufweisen; und zwar ist das dann möglich, wenn in einer oder beiden Kurven höhere Oberschwingungen vorhanden sind, weil in den Differentialkurven diese Oberschwingungen relativ viel stärker vertreten sind als die Grundschwingung. In diesem Falle ist es nicht möglich, die Ableitungen von x aus dem Momentanwerte des Stromes oder seiner Ableitungen zu berechnen, weil auch die vorhergehenden Werte des Stromes Einfluß auf den Ausschlag des Oszillographen haben (Unstetigkeiten bewirken das Auftreten freier Schwingungen, haben also Nachwirkung). Man kann daher den Fehler nur durch ein Integral über alle dem betrachteten Zeitpunkte vorangehenden Stromwerte darstellen, oder muß versuchen, ihn direkt abzuschätzen.

Wir wollen den zweiten Weg einschlagen. Wie oben bemerkt, ist Gl. (10) nur dann nicht gültig, wenn in der x- und der i-Kurve höhere Oberschwingungen vorhanden sind; wir können also die Betrachtung auf diesen Fall beschränken. Es sind nun zwei Möglichkeiten vorhanden:

a) Entweder ist die hohe Oberschwingung stärker in der x^*- und i-Kurve vorhanden als in der x-Kurve. Dann sind die höheren Ableitungen von x^* größer als die von x; die Berechnung des Fehlers nach Gl. (10) liefert daher einen zu großen Fehler; wenn wir also F_i nur als obere Grenze des Fehlers betrachten, so bleibt Gleichung (10) richtig.

b) Oder die hohe Oberschwingung ist in der x-Kurve stärker vertreten als in der x^*- bezw. i-Kurve. Dies ist nur in zwei Fällen möglich: Erstens, wenn eine im Strom i vorhandene Oberschwingung durch Resonanz verstärkt wird, und zweitens, wenn infolge einer vorhergegangenen Unstetigkeit von i oder einer seiner Ableitungen die x-Kurve übergelagerte gedämpfte Eigenschwingungen enthält. Der erste Fall ist hier deshalb ausgeschlossen, weil der „Verstärkungsfaktor", d. h. das Amplitudenverhältnis derselben Schwingung in der x- und der x^*-Kurve gleich

$$\left.\begin{aligned} &\frac{1}{\sqrt{\left(1-\frac{\omega^2}{p^2}\right)^2 + \left(2\frac{\delta}{p}\frac{\omega}{p}\right)^2}} = \\ &= \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{4\omega^2}{p^2}\left(\frac{\delta^2}{p^2} - \frac{1}{2}\right) + \frac{\omega^4}{p^4}}} \end{aligned}\right\} \qquad (11)$$

ist, wie man durch Integration der Schwingungsgleichung (1a) für $i = i_0 \cdot e^{j\omega t}$ in bekannter Weise findet. Man sieht, daß für alle Frequenzen ω dieser Verstärkungsfaktor kleiner als 1 ist, falls

$$\frac{\delta^2}{p^2} \geq \frac{1}{2}$$

ist, und da das nach Gl. (7a) hier zutrifft, ist in der Tat Verstärkung einer Oberschwingung durch Resonanz ausgeschlossen[1]). Es bleibt daher als einziger Fall, bei dem wir in der Fehlerformel (9) die Ableitungen von x nicht ohne weiteres durch diejenigen von x^* bezw. von i ersetzen dürfen, der zweite Fall übrig, nämlich der Fall, daß die Stromkurve Unstetigkeiten (im Strom selbst oder in seinen Ableitungen) enthält. Hierfür ist eine besondere Betrachtung notwendig.

Zunächst behandeln wir eine Unstetigkeit einfachster Art: zu einer bestimmten Zeit ($t = 0$) soll der Strom i unstetig um den Betrag i_0 springen; die erste Ableitung $\frac{di}{dt}$ soll vor und nach dem Sprunge denselben Wert haben. Ein solcher Strom läßt sich zerlegen in zwei Teile, von denen der eine stetig verläuft, also nach Gl. (3) abgebildet wird, während der andere Teil zunächst den konstanten Betrag $-i_0$ hat, zur Zeit $t = 0$ plötzlich auf null springt und von da ab null bleibt. Der diesem zweiten Teil entsprechende Galvanometerausschlag ist gegeben durch die Lösung der homogenen Schwingungs-

1) Aus Gl. (11) leitet Blondel seine Bedingung (a) ab, indem er die Forderung aufstellt, daß der Verstärkungsfaktor für keine Frequenz größer als 1 sein soll.

gleichung (1a) ($i = 0$) mit den Anfangsbedingungen:

Für $t = 0$

$$\text{soll} \quad x = -x_0 = -\frac{i_0}{A} \quad \text{und} \quad \frac{dx}{dt} = 0$$

sein. Die Lösung entspricht einer mit einem Maximum beginnenden gedämpften Schwingung; ihr analytischer Ausdruck lautet:

$$x = -x_0 e^{-\delta t}(\cos \mu t + \sin \mu t)$$
$$\mu = \sqrt{\nu^2 - \delta^2} = \delta .$$

Die hiernach berechnete x-Kurve ist in Fig. 1 gezeichnet (x_0 ist negativ angenommen); in die-

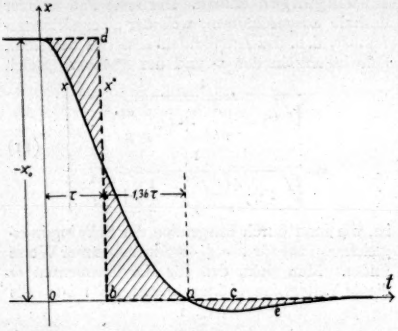


Fig. 1.

selbe Figur ist die ideale Oszillographenkurve x^* punktiert eingetragen und die zwischen beiden Kurven liegende Fläche, um die Abweichung hervorzuheben, schraffiert. Die Figur zeigt, daß zwei wesentliche Unterschiede zwischen beiden Kurven bestehen: einmal erscheinen die beiden scharfen Ecken der x^*-Kurve in der x-Kurve abgerundet, und zweitens weicht die x-Kurve, nachdem sie die x^*-Kurve im Punkte a erreicht hat, noch einmal[1]) nach der entgegengesetzten Seite ab. Als Fehler der Abbildung bezeichnen wir zweckmäßig die Entfernung eines Punktes der x^*-Kurve von dem nächstgelegenen Punkte der x-Kurve. Der dem ersten Unterschiede entsprechende Fehler f hat seinen Maximalwert in der unteren Ecke b, der andere (F) im Punkte c. Ersterer hat, wie Fig. 1 zeigt, die Größenordnung τ, entspricht also im Oszillogramm der Strecke

$$f = v \cdot \tau ,$$

wo v die Geschwindigkeit des Registrierpapiers ist; der zweite ist gleich der Höhe des Maximums bei c:

$$F_x = \frac{x_0}{k} = 0{,}043 \cdot x_0$$

bezw.

$$F_i = \frac{i_0}{k} = 0{,}043\, i_0 .$$

Der erste Fehler ist bei den technischen Oszillographen sehr klein; z. B. beim Siemens-Oszillographen in der normalen Ausführung ($T_0 = {}^1/_{6000}$ Sek., $v = 5{,}4$ m/sec):

$$f = \frac{\sqrt{2}}{2\pi \cdot 6000} \cdot 5400 = 0{,}2 \text{ mm},$$

während der andere Fehler bei größeren Sprüngen ziemlich beträchtlich ist; z. B. wird beim plötzlichen Ausschalten eines Stromes, der dem vollen Oszillographenausschlage von 4 cm entspricht,

$$F_x = 40 \cdot 0{,}043 = 1{,}7 \text{ mm}^1).$$

Wenn wir also den Fehler f, der fast innerhalb der Genauigkeitsgrenze des Oszillographen liegt, vernachlässigen, können wir sagen, daß nach Sprüngen nach Art von Fig. 1 Abweichungen vorkommen, deren Größe etwa 4 Proz. vom Betrage des Sprunges ist.

Auch wenn nicht der Strom selbst, sondern seine erste Ableitung eine Unstetigkeit besitzt, d. h. wenn die Stromkurve eine Ecke bildet, können Eigenschwingungen auftreten. Hier genügt die Betrachtung des vereinfachten Falles, daß der Strom von der Zeit t ab gleich null ist und vorher linear abfällt, also der Gleichung

$$t \leqq 0: \quad i = -b_0 \cdot t$$
$$t \geqq 0: \quad i = 0$$

(b_0 ist der Sprung in der Ableitung von i) genügt (Fig. 2); jede andere Stromkurve mit einer Unstetigkeit in $\frac{di}{dt}$ läßt sich in eine Kurve nach Fig. 2 und einen stetig verlaufenden Teil zer-

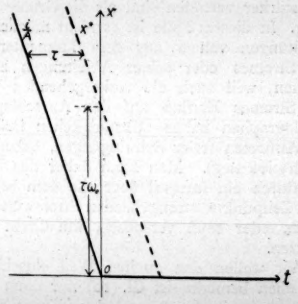


Fig. 2.

legen. In Fig. 2 ist auch die ideale Oszillographenkurve x^* eingezeichnet. Da i bis zur

1) Die weiter folgenden, abwechselnd positiven und negativen Abweichungen sind so klein, daß sie im Oszillogramm nicht mehr sichtbar sind ($< 0{,}1$ mm).

1) Daß in Fig. 1 der Fehler f so viel größer erscheint als F_x, liegt an dem stark vergrößerten Abszissenmaßstabe.

Zeit $t = 0$ stetig verläuft, so ist bis dahin $x = x^*$, also zur Zeit $t = 0$:

$$x = \frac{1}{A} \cdot i\,(-\tau) = \frac{b_0}{A}\tau = \tau\omega_0$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{1}{A}\frac{di}{dt} \qquad = -\frac{b_0}{A} \qquad = -\omega_0$$

(ω_0 ist der Sprung der Ableitung von x^*). Die wirkliche Oszillographenkurve ist durch die Lösung der homogenen Differentialgleichung (1a) mit den vorstehenden Anfangsbedingungen gegeben; sie lautet:

$$x = \tau\omega_0\, e^{-\vartheta t}\cos\mu t\,.$$

Die aus dieser Gleichung berechnete x-Kurve, sowie die zugehörige x^*-Kurve, ist in Fig. 3 gezeichnet. Zwischen beiden Kurven bestehen ganz ähnliche Unterschiede wie in Fig. 1: erstens erscheint die Ecke b der x^*-Kurve in der x-Kurve abgerundet, und zweitens weicht die x-Kurve, nachdem sie die x^*-Kurve im Punkte a erreicht hat, in c noch einmal nach der anderen Seite ab. Der erste Fehler ist noch wesentlich kleiner als der entsprechende in Fig. 1, also sicher zu vernachlässigen; der zweite berechnet sich zu:

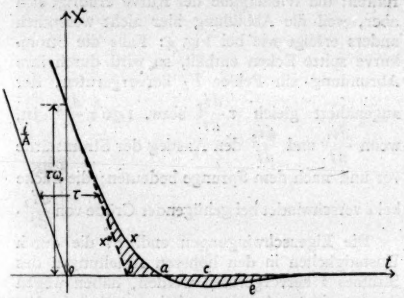


Fig. 3.

$$F_x = \tau\,\omega_0\, e^{-\frac{3\pi}{4}}\cos\frac{3\pi}{4}$$

$$= -\tau\omega_0 \cdot e^{-\pi}\cdot e^{\frac{\pi}{4}}\cdot\frac{1}{2}\sqrt{2}\,;$$

$$F_x = 1{,}55\,\tau\omega_0\, e^{-\pi} = \frac{1{,}55\,\tau\omega_0}{k}$$

bezw. $F_i = 1{,}55\,\tau\, b_0\, e^{-\pi} = \frac{1{,}55\,\tau\, b_0}{k}$,

d. h. der auftretende Fehler ist der gleiche wie bei einem Sprunge von der Größe

$$x_0 = 1{,}55\,\tau\omega_0 \text{ bezw. } i_0 = 1{,}55\,\tau\, b_0\,.$$

Die Höhe dieses der Ecke äquivalenten Sprunges ist also gleich der Ordinate der x^*- bezw. i-Kurve bei der Abszisse $-1{,}55\,\tau$, die beim Siemens-Oszillographen ($\tau \cdot v = 0{,}2$ mm) einer Strecke von **0,3 mm** entspricht. Aus der Kleinheit dieser Strecke folgt, daß nur sehr scharfe Knicke einen merklichen Fehler in der Abbildung hervorrufen können.

Aus den Fig. 1 und 3 erhält man den allgemeinen Fall des „einfachen" Sprunges (d. h. eines Sprunges, zu dessen beiden Seiten der erste Differentialquotient den gleichen Betrag hat) bezw. einer Ecke, indem man über die x- und die x^*-Kurve dieselbe beliebige, stetige Kurve superponiert. In Fig. 4 und 5 ist diese Superposition für eine geradlinig ansteigende Kurve durchgeführt; Fig. 4 entspricht der Fig. 1, Fig. 5 der Fig. 3; bei der letzteren ist der Anstieg der superponierten Kurve so gewählt, daß die Stromkurve eine zur Ordinatenachse symmetrische Ecke bildet (ω_1 ist der Anstieg der x^*-Kurve vor der Ecke). Beachtet man wieder, daß bei dem wirklichen Oszillogramm der Ab-

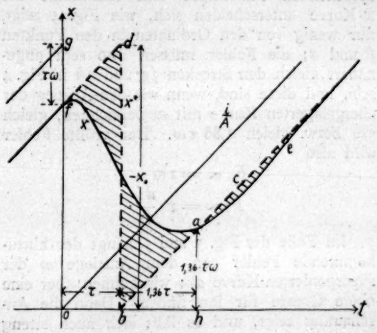


Fig. 4.

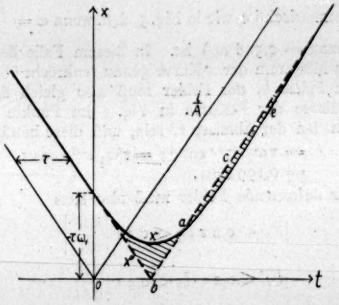


Fig. 5.

szissenmaßstab viel kleiner ist, so ersieht man aus den Figuren, daß die Verhältnisse gegen Fig. 1 und 3 wesentlich geändert sind: während früher der in den Ecken b und d gemachte Fehler verschwindend klein war, dagegen die Zacke bei c erheblich störte, ist es jetzt gerade umgekehrt; die Spitzen der x^*-Kurve bei b und d werden dadurch, daß sie abgerundet werden, jetzt auch verkleinert wiedergegeben, während die störende Zacke bei c, falls der Anstieg der übergelagerten Kurve genügend groß ist, verschwindet, oder doch wenigstens erniedrigt wird. In dem Falle der Fig. 4 läßt sich der durch die Verflachung der Spitzen b und d hervorgerufene Fehler in folgender Weise abschätzen: Die Ordinaten des den Ecken b und d entsprechenden Maximums und Minimums der x-Kurve unterscheiden sich, wie Fig. 4 zeigt, nur wenig von den Ordinaten in den Punkten f und a; die Fehler müssen also sehr angenähert gleich den Strecken fg und ah in Fig. 4 sein, und diese sind, wenn wir den Anstieg der übergelagerten Kurve mit ω bezeichnen, gleich $\tau\omega$ bezw. gleich **1,36** $\tau\omega$. Der größte Fehler wird also

$$F_x \backsim = \tau\omega$$
$$F_i \backsim = \tau \cdot \frac{di}{dt}.$$

Im Falle der Fig. 3 und 5 hängt der hinzukommende Fehler von dem Anstiege ω der superponierten Kurve ab; wir können aber eine obere Grenze für ihn finden. Denn die Anschauung zeigt, und es läßt sich auch streng beweisen, daß der Fehler hier bei gegebenem ω_0 sein Maximum erreicht, wenn die Ecke ungefähr symmetrisch ist, wie in Fig. 5, d. h. wenn $\omega = \frac{\omega_0}{2}$ (genau $= 0{,}508\ \omega_0$) ist. In diesem Falle liegt das Minimum der x-Kurve genau senkrecht über der Spitze b, der Fehler muß also gleich der Ordinate der x-Kurve in Fig. 3 im Punkte b, d. h. bei der Abszisse τ, sein, und diese beträgt

$$x_\tau = \tau\omega_0\, e^{-\vartheta\tau} \cos\vartheta\tau = \tau\omega_0\, e^{-1} \cdot \cos 1$$
$$= 0{,}199\,\tau\omega_0.$$

Der auftretende Fehler muß also stets

$$|F_x| < 0{,}2\,\tau\,\omega_0 < 0{,}4\,\tau \left|\frac{dx^*}{dt}\right|$$
$$|F_i| < 0{,}2\,\tau \cdot b_0 < 0{,}4\,\tau \left|\frac{di}{dt}\right|$$

sein, wenn man unter $\frac{dx^*}{dt}$ bezw. $\frac{di}{dt}$ den Anstieg der x^*- bezw. der i-Kurve in der Nachbarschaft der Ecke, und zwar den größeren der beiden Werte versteht.

Die letzten Ergebnisse beziehen sich natürlich nur auf den Fall, daß der Anstieg ω der übergelagerten Kurve solches Vorzeichen und Größe hat wie in Fig. 4 und 5, so daß die Ecken spitz werden (nämlich in Fig. 4 entgegengesetztes Vorzeichen wie x_0, in Fig. 5 gleiches Vorzeichen und kleineren Betrag wie ω_0). Im umgekehrten Falle (stumpfe Ecken) werden die Ecken praktisch fehlerlos abgebildet; die Zacken bei c verschwinden bei genügender Steilheit der übergelagerten stetigen Kurve auch hier.

Der allgemeinste Fall einer wesentlichen Unstetigkeit wäre der, daß die Stromkurve an derselben Stelle einen Sprung und eine Ecke aufweist, d. h. einen Sprung, zu dessen beiden Seiten die erste Ableitung verschiedene Werte besitzt. Die Konstruktion der x-Kurve für diesen Fall ist nach dem Vorstehenden leicht auszuführen; die Wiedergabe der Kurve erübrigt sich aber, weil die Abbildung hier nicht wesentlich anders erfolgt wie bei Fig. 4: Falls die Stromkurve spitze Ecken enthält, so wird durch ihre Abrundung ein Fehler F_i hervorgerufen, der angenähert gleich $\tau\frac{di_1}{dt}$ bezw. $1{,}36\,\tau\frac{di_2}{dt}$ ist, wenn $\frac{di_1}{dt}$ und $\frac{di_2}{dt}$ den Anstieg der Stromstärke vor und nach dem Sprunge bedeuten; die Zacke bei c verschwindet bei genügender Größe von $\frac{di_2}{dt}$.

Die Eigenschwingungen endlich, die durch Unstetigkeiten in den höheren Ableitungen des Stromes i hervorgerufen werden, haben wegen ihrer geringen Amplitude keine praktische Bedeutung.

Zusammengefaßt lautet das Ergebnis des Abschnittes 4: Aus der vom Oszillographen aufgezeichneten Kurve ergibt sich bei richtiger Einstellung der Dämpfung ($k = 23$) der Strom mit großer Annäherung durch Gleichung (3):

$$i(t) = A \cdot x(t+\tau). \qquad (3)$$

Für die Abweichung F_i des so berechneten Stromes vom wirklichen Strome gibt im allgemeinen Gl. (10) eine obere Grenze:

$$F_i = i_{\text{ber.}} - i_{\text{wirkl.}} = \frac{\tau^3}{3!}\dddot{i} + \frac{\tau^4}{4!}\ddddot{i} + \cdots. \qquad (10)$$

Nur bei Unstetigkeiten im Stromverlauf treten größere Abweichungen auf: scharfe Spitzen werden abgerundet, dadurch können Fehler von der Größenordnung $\tau\frac{di}{dt}$ hervorgerufen werden; außerdem kann nach der Unstetigkeit unter Umständen eine Zacke auftreten, die einen Fehler hervorruft von der Größe

$$F_i = \frac{i_0}{k} = 0{,}04\,i_0$$

bei einem Sprung vom Betrage i_0, bezw.

$$F_i = \frac{1{,}55\,\tau\,b_0}{k}$$

bei einem Sprung der ersten Ableitung $\frac{di}{dt}$ vom Betrage b_0.

5. Es ist ohne weiteres klar, daß man den in Fig. 1 und 3 auftretenden Fehler F (die Zacke bei c) wegbringen kann, indem man die Dämpfung nicht nach Gl. (7b), sondern nahezu aperiodisch einstellt (in den technischen Büchern[1]) findet man aus diesem Grunde überall die Angabe, daß die Oszillographen aperiodisch gedämpft sein müßten, um richtig zu zeichnen). Für solche unstetigen Kurven hat also die günstigste Dämpfung einen anderen Wert als für stetige, und es erhebt sich die Frage: Welche Dämpfung soll man nun wirklich einstellen?

Dazu ist zunächst zu sagen, daß man bei der Untersuchung von Vorgängen, bei denen nur glatte Kurven (ohne Sprünge und Ecken) vorkommen können, z. B. bei der Untersuchung einer Maschinenspannung auf Oberschwingungen, stets die Dämpfung nach Gl. (7b) einstellen wird, d. h. das Dämpfungsverhältnis $k = 2{,}3$ machen wird.

Will man auch Stromkurven mit Sprüngen und Ecken aufnehmen, so ist die Frage schwieriger zu beantworten. Für die Wahl des Dämpfungsverhältnisses $k = 2{,}3$ spricht nicht nur, daß mit ihm der stetige Teil der Kurven besser abgebildet wird, sondern auch, daß manche unstetige Kurven, z. B. diejenigen in Fig. 4 und 5, mit geringerem Fehler wiedergegeben werden als bei aperiodischer Dämpfung; denn der einzige Abbildungsfehler bei den Kurven Fig. 4 und 5 ist proportional $\tau = \frac{2\delta}{\nu^2}$, wird also mit zunehmender Dämpfung (größerem δ) größer. Einstellung auf aperiodische Dämpfung verbessert also die Abbildung nur für eine beschränkte Klasse von Kurven.

Andrerseits spricht für aperiodische Dämpfung der Umstand, daß gerade diese Spezialkurven große praktische Bedeutung haben (Ein- und Ausschaltvorgänge). Das Hauptargument zugunsten der aperiodischen Dämpfung ist aber wohl das, daß die Eigenschwingungen vollständig aus dem Oszillogramm verschwinden. Hier kann man mit Sicherheit sagen, daß allen im Oszillogramm vorhandenen Zacken ähnliche Zacken in der Stromkurve entsprechen müssen; wenn auch der Oszillograph manche Eigentümlichkeiten der Stromkurve verwischt oder gar unterdrückt, so bringt er selbst doch wenigstens keine neuen Eigentümlichkeiten hinein, während bei dem Dämpfungsverhältnis $k = 2{,}3$ das Oszillogramm unter Umständen eine Eigentümlichkeit besitzen kann, die in der Stromkurve nicht vorhanden ist, nämlich die nach einer Unstetigkeit auftretende Zacke c.

Nun kann man natürlich, wenn man einmal weiß, daß eine solche Zacke nach einem Sprung oder einer scharfen Ecke auftreten muß, sie ignorieren, wenn man sie findet. Das ist aber sicher, daß bei aperiodischer Dämpfung die Beurteilung des Stromverlaufs nach dem Oszillogramm leichter ist; man wird daher Oszillographen, die zur Demonstration dienen oder die von Praktikern benutzt werden sollen, aperiodisch einstellen, während man bei wissenschaftlichen Untersuchungen, um möglichste Genauigkeit zu erzielen, die nach Unstetigkeiten auftretende Zacke als Schönheitsfehler mit in Kauf nehmen und dem Dämpfungsverhältnis den Wert $k = 2{,}3$ geben wird.

Die Anregung zu dieser Arbeit fand ich in dem im Winter 1911/12 an der Universität Göttingen abgehaltenen „Elektrotechnischen Seminar", dessen Leitern, den Herren Professoren Runge, Simon und Prandtl, ich für manchen Hinweis zu Dank verpflichtet bin.

Göttingen, Institut für angewandte Elektrizität, Mai 1912.

(Eingegangen 23. Mai 1912.)

1) z. B. Orlich, l. c., S. 45.

Über das Zerfallsschema des aktiven Niederschlags des Thoriums.

Von Lise Meitner.

Die Auffassung von der Zusammensetzung des aktiven Niederschlags des Thoriums hat durch die Arbeiten von Geiger und Marsden[1]) und Marsden und Barratt[2]) eine wesentliche Verschiebung erfahren. Das bis vor kurzem angenommene Zerfallsschema war:

$$\begin{array}{ccccccc} ThEm & - & ThA & - & ThB & - & ThC & - & ThD \\ | & & | & & | & & | & & | \\ \alpha & & \beta & & \alpha(4{,}8\,\mathrm{cm}) & & \alpha(8{,}6\,\mathrm{cm}) & & \beta \end{array}$$

Geiger und Marsden erbrachten den Beweis, daß das unmittelbare Zerfallsprodukt der Thoriumemanation, das folgerichtig als ThA zu bezeichnen ist, ein α-strahlender Körper von der Halbwertszeit von 0,145 sec ist[3]). Außerdem beobachteten sie in Übereinstimmung mit früheren Versuchen Bronsons, daß die Thoriumemanation und das neuentdeckte Thorium A doppelt so viele α-Teilchen aussenden wie die

1) H. Geiger und E. Marsden, diese Zeitschr. **11**, 7—11, 1910.

2) E. Marsden und T. Barratt, Proc. Phys. Soc. London **24**, 50—61, 1911.

3) H. G. J. Moseley und K. Fajans, Phil. Mag. (6) **22**, 629—638, 1911.

beiden anderen α-strahlenden Produkte des aktiven Niederschlags, die nach der neuen Nomenklatur als Thorium C_1 und Thorium C_2 angesprochen werden.

Da radioaktive Produkte im Gleichgewichte gleich viele α-Teilchen aussenden müssen, sprachen Rutherford und Geiger die Vermutung aus, daß Thorium C_2 möglicherweise nicht ein Umwandlungsprodukt von Thorium C_1 sei, sondern daß ThC_1 sowohl als auch ThC_2 aus ThB entstehe, ähnlich wie RaC_2 und RaD aus RaC_1 gebildet wird.

Die Richtigkeit dieser Vermutung bestätigten Marsden und Barratt[1]) auf experimentellem Wege, indem sie die Zahl der von ThC_1 und ThC_2 ausgesendeten α-Teilchen zählten. Sie stellten fest, daß die Zahl der von Thorium C_2 ausgesendeten α-Teilchen (Reichweite 8,6 cm) größer ist als die Zahl der von Thorium C_1 (Reichweite 4,8 cm) herrührenden, und zwar im Verhältnis von 1,83 : 1. Außerdem bestätigten sie auch wieder, daß ThC_1 und ThC_2 zusammen so viel α-Strahlen emittieren, wie die Thoriumemanation oder Thorium A für sich allein. Nimmt man also an, daß die $ThEm$ und ThA je 100 Teilchen aussenden, so emittieren die entsprechenden Gleichgewichtsmengen ThC_1 und ThC_2 35 bzw. 65 α-Teilchen. Dieses Resultat wurde noch in einer weiteren Arbeit von Barratt[2]) auf Grund ausführlicherer Zählversuche bestätigt.

Für den Zerfall des aktiven Niederschlags stellten Marsden und Barratt nachfolgendes Zerfallsschema auf.

$$ThEm \xrightarrow[\alpha]{} ThA \longrightarrow ThB \begin{cases} \xrightarrow[\alpha(4{,}8\,cm)]{} ThC_1 \\ \xrightarrow[?]{} ThC' \xrightarrow[\alpha(8{,}6\,cm)]{} ThC_2 \end{cases} \longrightarrow ThD$$

Danach sollte also ThD sowohl von ThC_1 als auch von ThC_2 gebildet werden. Zur Begründung dieses Schemas sei noch erwähnt, daß wegen der großen Reichweite der α-Strahlen von ThC_2 dieses Produkt eine Lebensdauer von der Größenordnung von 10^{-12} sec besitzen muß. Da gleichwohl der Anstieg der α-Strahlen von 8,6 cm Reichweite aus ThB mit derselben Periode erfolgt wie der der α-Strahlen von ThC_1, so muß ThC_2 eine Muttersubstanz (ThC') von der Halbwertszeit des ThC_1 besitzen.

Alle diese Arbeiten fußen lediglich auf Vergleichen der α-Aktivität der einzelnen Produkte des aktiven Niederschlags des Thoriums.

In der folgenden Untersuchung soll nun ein direkter Beweis dafür erbracht werden, daß Thorium C_1 und Thorium C_2 auf verschiedenen Zweigen der Zerfallsreihe liegen, und ferner, daß Thorium D nur von dem einen der beiden Produkte gebildet wird.

Den Anlaß zu der vorliegenden Untersuchung gaben Beobachtungen, die gelegentlich der vor einiger Zeit ausgeführten elektrolytischen Versuche[1]) gemacht worden waren. Es hatte sich hierbei nämlich wiederholt ergeben, daß Thorium-B-Präparate, die elektrolytisch hergestellt worden waren und der Voraussetzung nach von den folgenden Produkten frei sein sollten, eine sehr geringe Zunahme der α-Aktivität zeigten, während ihre γ-Strahlung mitunter das 4fache ihres ursprünglichen Wertes erreichte.

Dabei erstreckte sich die Zunahme der γ-Aktivität auf eine so große Zeitdauer, daß die Annahme, daß sie von der Nachbildung des Thorium D aus mit dem ThB gleichzeitig abgeschiedenem ThC herrühre, ausgeschlossen schien.

Andere elektrolytisch hergestellte Thorium-B-Präparate wiesen dagegen eine fast parallele Zunahme der α- und γ-Aktivität auf.

Bei näherer Verfolgung dieser Erscheinungen gelang es, die Bedingungen aufzufinden und willkürlich zu reproduzieren, unter denen die eine oder andere Art des Anstiegs der Aktivitäten eintritt. Wurden beispielsweise in die kochende, schwach salzsaure Lösung des aktiven Niederschlags Nickelbleche gebracht, so enthielt die Lösung nach Entfernen des Nickels reines Thorium B, und der Anstieg der α- und γ-Aktivität erfolgte fast parallel. Wurde dagegen der Lösung vor Einbringen des Nickels beispielsweise $SnCl_2$ zugesetzt, so nahm die α-Aktivität der Lösung nach Entfernen des Nickels viel weniger stark zu als die γ-Aktivität, und erreichte auch etwas früher ihren maximalen Wert als diese.

Würde, wie dies bisher früher angenommen wurde, ThC_2 mit einer Periode von Bruchteilen von Sekunden aus ThC_1 entstehen, so müßte die Zunahme der α-Aktivität unter allen Umständen in derselben Weise erfolgen wie die der γ-Aktivität, oder richtiger sogar in etwas stärkerem Maße, weil Thorium B aller Wahrscheinlichkeit nach eine, wenn auch schwache, γ-Strahlung besitzt. Die Tatsache, daß die γ-Strahlung des aktiven Niederschlags, wie Hahn

1) l. c.
2) T. Barratt, Le Radium **9**, 81—84, 1911.

1) L. Meitner, diese Zeitschr. **12**, 1094—1099, 1911.

und Meitner[1]) kürzlich zeigten, wesentlich von Thorium D herrühren, kommt, wie schon erwähnt, wegen der langen Zeitdauer, über die sich die Zunahme der Aktivität erstreckte, für den stärkeren Anstieg der γ-Strahlung nicht in Betracht.

Das stärkere Anwachsen der γ-Aktivität gegenüber der α-Strahlung ist also unvereinbar mit einer direkten genetischen Beziehung zwischen Thorium C_1 und Thorium C_2. Andererseits schließt der Umstand, daß unter geeigneten Versuchsbedingungen ein paralleler Anstieg der α- und γ-Strahlung erhalten werden kann, auch die Annahme aus, daß etwa ThC_1 mit der Periode, mit der es selbst aus ThB entsteht, einen Körper ThC' bilde und aus diesem Thorium C_2 entstehe. Man kommt vielmehr nur dann zu einer Übereinstimmung mit den experimentellen Befunden, wenn man mit Marsden und Barratt einen Zerfall des Thorium B nach zwei Richtungen in ThC_1 und ThC_2 annimmt. Aber die weitere Voraussetzung der beiden Forscher, daß ThD sowohl von ThC_1 als auch von ThC_2 gebildet wird, ist durch die genannten Resultate als unmöglich widerlegt, da unter dieser Voraussetzung auch wieder ein paralleler Anstieg beider Strahlungsarten erfolgen müßte[2]).

Die weiter unten noch eingehender beschriebenen Versuche führen notwendigerweise zu folgender Auffassung.

Thorium B zerfällt in ThC_1 und ThC_2. Wird einer salzsauren Lösung des aktiven Niederschlags beispielsweise $SnCl_2$ zugesetzt, so hält dasselbe, wenn nun Nickel in die Lösung getaucht wird, zumindest einen Teil desjenigen C-Körpers in Lösung, der sich nicht in ThD umwandelt.

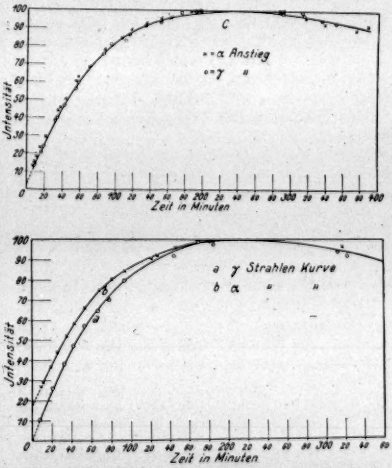
Denn da die γ-Strahlen von $ThC + D$ bis auf etwa 5 Proz. von Thorium D herrühren, so muß der beobachtete Anstieg der γ-Aktivität durch die Nachbildung der Muttersubstanz des ThD hervorgerufen werden.

Ist also in der Lösung nach dem Entfernen des Nickels $ThB +$ einem Teil des C-Körpers vorhanden, der sich nicht in ThD umwandelt, so besitzt die α-Aktivität zur Zeit Null schon einen gewissen Wert und muß daher weniger anwachsen wie die γ-Aktivität, die von Null an ansteigt. Wird dagegen ThB frei von allen seinen Zerfallsprodukten hergestellt, so muß der Anstieg der α- und γ-Aktivität sehr nahe parallel verlaufen; denn bei der kurzen Lebensdauer des ThD im Vergleich zu der des ThC wird schon nach wenigen Minuten der Anstieg der γ-Aktivität mit der Halbwertszeit des ThC erfolgen. Dies entspricht auch den tatsächlich beobachteten Verhältnissen.

Die Versuche wurden, wenn die eben beschriebene Methode zur Anwendung kam, in folgender Weise ausgeführt:

Eine salzsaure Lösung des aktiven Niederschlags wurde mit einigen Tropfen $SnCl_2$ versetzt; in die kochende Lösung wurde etwa 10 Minuten lang ein Nickelblech getaucht, auf dem sich, wie Kontrollmessungen zeigten, der größte Teil der Muttersubstanz des ThD niederschlug. Es wurden dann während weiterer 10 Minuten noch zwei Nickelbleche in die Lösung gebracht, welche die letzten Reste der Substanz entfernten; gleichzeitig konnte während dieser Zeit das in Lösung verbliebene ThD zerfallen. Die Lösung wurde dann auf zwei Uhrgläsern für α- und γ-Strahlenmessungen eingedampft. Die Messung der γ-Strahlen geschah durch 1 cm Blei hindurch, um von den γ-Strahlen des ThB unabhängig zu sein.

Alle derartigen Versuche führten zu den gleichen Ergebnissen. Die bei einer beliebigen herausgegriffenen Messungsreihe erhaltenen Resultate zeigen in der Figur die Kurven a und b.



Die Kreise (Kurve a) beziehen sich auf die Messungen der γ-Aktivität, die Kreuzchen auf die der α-Aktivität. Die beiden Anstiegskurven wurden aufeinander umgerechnet, indem das Maximum in beiden gleich 100 gesetzt wurde. Die Kurve für die α-Aktivität steigt nun nicht von Null, sondern von etwa 17 an, während die Kurve für die γ-Aktivität nahezu von Null an

1) O. Hahn und L. Meitner, diese Zeitschr. **13**, 390—393, 1912.

2) In der eingangs genannten Arbeit von T. Barratt findet sich in einer Fußnote die Bemerkung, Herr Marsden habe inzwischen Resultate erhalten, nach denen ThD nur aus ThC_1 gebildet werde.

ansteigt. Das beweist, das zur Zeit Null eine α-Aktivität aber keine γ-Aktivität vorhanden war. Da diese letztere wesentlich von ThD herrührt, so kann ThD nur von einem der beiden α-strahlenden Produkte gebildet werden.

Wurde mit der Lösung des aktiven Niederschlags in derselben Weise verfahren, mit dem Unterschied, daß kein $SnCl_2$ zugesetzt wurde, so verlief der Anstieg der α- und γ-Aktivität parallel, wie die Kurve C erkennen läßt. Die Kreuzchen, die der α-Aktivität entsprechen, liegen vollkommen auf der Anstiegskurve der γ-Aktivität.

Qualitativ genau gleiche Resultate wurden auch erzielt, wenn eine salzsaure Lösung des aktiven Niederschlags unter Zusatz von $SnCl_2$ zwischen Platinelektroden elektrolysiert wurde, nachdem vorher mehrere Minuten lang Nickelbleche in der Lösung gelassen worden waren. Wurde die Kathode auf ihre α- und γ-Strahlung untersucht, so erwies sich der Anstieg der α-Aktivität wieder beträchtlich geringer wie der der γ-Aktivität.

Noch sinnfälliger sind die Resultate, die auf einem dritten Weg erhalten wurden. Es wurde hierbei aus der mit $SnCl_2$ versetzten Lösung nicht durch Kochen mit Nickel, sondern durch Fällungen der eine C-Körper und ein Teil von ThB abgetrennt und das Filtrat auf seine α- und γ-Aktivität geprüft. Die α-Aktivität zeigte einen durch mehrere Stunden andauernden Abfall, der etwas langsamer als mit 60 Minuten, aber viel rascher als mit 10,6 Stunden Halbwertszeit erfolgte. Die γ-Aktivität dagegen wies nach einem wenige Minuten dauernden, vermutlich von ThD herrührenden Abfall eine sich über mehrere Stunden erstreckende Zunahme auf, derart, daß sie mehr als das Doppelte ihres ursprünglichen Wertes erreichte. Nach etwa 5 Stunden vom Beginn der Messung an gerechnet, zeigten beide Aktivitäten, die dem ThB (10,6 Stunden) entsprechende zeitliche Abnahme.

Dieses Resultat beweist, daß in dem vorliegenden, eine noch bessere Trennung der beiden C-Körper erreicht war wie nach der zuerst beschriebenen Methode. Das untersuchte Filtrat enthielt offenbar ThB, ferner den C-Körper, der nicht das ThD bildet, stark im Überschuß, daher die Abnahme der α-Aktivität; der andere C-Körper war dagegen abgetrennt worden und von seiner Nachbildung rührte der Anstieg der γ-Aktivität her. Welcher der beiden C-Körper die Muttersubstanz des ThD ist, konnte bisher nicht eindeutig entschieden werden. Zahlreiche diesbezügliche Versuche, die gemeinschaftlich mit Herrn Professor Hahn angestellt wurden, sind noch nicht abgeschlossen, doch hoffen wir, in Kürze darüber berichten zu können. Es mag aber hier bemerkt werden, daß einzelne Tatsachen dafür zu sprechen scheinen, daß das ThD aus dem ThC_1 entsteht.

Aus den vorstehend beschriebenen Versuchen geht direkt hervor, daß ThC_1 und ThC_2, wie Marsden und Barratt bereits aus ihren Zählungen der α-Strahlen schlossen, auf verschiedenen Zweigen der Zerfallslinie des ThB liegen. ThD wird aber nicht von beiden, sondern nur von einem der beiden C-Körper gebildet.

Außerdem gelang es, eine wenigstens teilweise Trennung der beiden C-Körper zu erzielen.

Berlin, Chemisches Institut der Universität.

(Eingegangen 17. Juni 1912.)

BESPRECHUNGEN.

M. Planck, Acht Vorlesungen über theoretische Physik, gehalten an der Columbia-University in the City of New-York im Frühjahr 1909. 8. 127 S. mit 5 Figuren. Leipzig, S. Hirzel. 1910. M. 3.60, gebunden M. 4.20[1])

Der Autor stellt sich die Aufgabe, in diesen (vor drei Jahren gehaltenen!) acht Vorlesungen ein Bild von dem gegenwärtigen System der theoretischen Physik zu geben. — Nach Planck zeigt ein Rückblick auf die Entwicklung unserer physikalischen Anschauungen folgendes: Ursprünglich entwickeln sie sich im engsten Anschluß an die besondere Organisation unserer Sinneswahrnehmungen — Scheidung der Prozesse in optische, akustische, thermische usw. — führende Rolle solcher Begriffe wie Kraft, Farbe, Tonhöhe. Fortschreitend emanzipiert sich die Physik: im Experiment —, von den Besonderheiten und Leistungsgrenzen unserer Sinnesorgane; in den theoretischen Konstruktionen — von den entsprechenden anthropomorphen Denkgewohnheiten. Diese Entwicklung ist insofern paradox als sie „wider die Sinne" geht und anderseits natürlich doch nie zu einer absoluten Befreiung der Physik von den Sinnen führen kann. Die ursprüngliche Unmittelbarkeit und Anschaulichkeit der physikalischen Begriffe geht verloren, dafür gewinnt aber das System der theoretischen Physik immer mehr an „Einheit und Geschlossenheit".

Nach welchem Gesichtspunkt ordnet die Physik die Prozesse, wenn sie den anthropomorphen Gesichtspunkt — Ordnung nach den Sinnesorganen — endgültig aufgibt? Die Scheidung in „Physik der Materie" und „Physik des Äthers" verliert zunehmend an Bedeutung, z. B. beim Studium der Wärmestrahlung und in Anbetracht der Versuche, die Mechanik und Elektrodynamik zu einer „allgemeinen Dynamik" zu vereinigen. Nach Planck ist eine andere Scheidung der physikalischen Prozesse dazu berufen als ordnender Gesichtspunkt in

1) Aus äußeren Gründen (nicht vom jetzigen Referenten) unliebsam verzögert. D. R.

den Vordergrund zu treten: die Unterscheidung zwischen reversibeln und irreversibeln Prozessen. Die ursprüngliche Definition der Irreversibilität läßt diese Unterscheidung leicht als allzu anthropomorphisch und inkonstant erscheinen, indem sie von einer Grenze der menschlichen Experimentierkunst handelt. Ließe sich die Definition der Irreversibilität wesentlich nicht von diesem allzu menschlichen Element befreien, so würde Planck der Scheidung zwischen irreversibeln und reversibeln Prozessen eine universelle Bedeutung absprechen. Daß es sich hier aber wirklich um einen tiefen Gegensatz handle, darauf weise schon der Umstand hin, daß das Prinzip der kleinsten Wirkung, das alle reversibeln Prozesse beherrscht, im Gebiet der einseitig verlaufenden, irreversibeln Prozesse versagt. Die Garantie aber für die universelle Bedeutung des Gegensatzes zwischen reversibeln und irreversibeln Prozessen erblickt Planck darin, daß es Boltzmann gelang, den Begriff der Entropie auf den Begriff der Zustandswahrscheinlichkeit zu reduzieren: die irreversibeln Prozesse sind dann dadurch gekennzeichnet, daß sie ein System aus einem unwahrscheinlicheren Anfangszustand in einen wahrscheinlicheren Endzustand überführen.

Dieser scharfen Gegenüberstellung von reversibeln und irreversibeln Erscheinungen[1]) entspricht die Wahl und Gruppierung des Materiales in den Vorlesungen:

A. Darlegung der Theorie der Wärmestrahlung: Hier tritt als zentrale Funktion die kombinatorisch berechnete Zustandswahrscheinlichkeit des betrachteten Systems auf.

B. Darlegung der Versuche, zu einer „allgemeinen Dynamik" aller reversibeln Erscheinungen zu gelangen: Hier tritt als zentrale Funktion das kinetische Potential des betrachteten Systems auf und zwar in seiner Gestalt noch näher determiniert durch das Relativitätsprinzip.

In der Gruppe A werden folgende Fragen behandelt: Thermodynamische Ableitung der Kirchhoff-Clausiusschen Sätze über Wärmestrahlung. Energie-Gleichgewicht zwischen einem idealen Vibrator und dem strahlungserfüllten Äther. Kombinatorische Berechnung der Entropie eines Vibrators als Funktion seines Energieinhaltes U unter der Annahme, daß U immer nur ein ganzes Multiplum von $h\nu$ sein kann. Daraus Ableitung der Planckschen Strahlungsformel. — Der Behandlung dieser Fragen geht als Einleitung voraus: 1. Erläuterung der thermodynamischen Entropiedefinition durch ihre Anwendung auf zahlreiche Beispiele aus der Theorie der verdünnten Lösungen. 2. Erläuterung der wahrscheinlichkeitstheoretischen Entropiedefinition durch ihre Anwendung auf einatomige Gase.

In der Gruppe B: 1. Anwendung des Prinzips der kleinsten Wirkung auf Systeme mit einer endlichen Zahl von Freiheitsgraden. Die thermodynamischen Gleichungen werden miteinbezogen, indem man die Temperatur wie eine zyklische Geschwindigkeit behandelt. 2. Anwendung des Prinzips auf kontinuierliche Systeme speziell auch zur Ableitung der Maxwellschen Gleichungen für einen ruhenden Isolator. 3. Darlegung der Kinematik nach der Einsteinschen Relativitätstheorie. 4. Anpassung des Prinzips der kleinsten Wirkungen an das Relativitätsprinzip durch nähere Determination der Gestalt des kinetischen Potentiales und die daraus entspringenden Modifikationen der klassischen Mechanik und Thermodynamik.

Es dürfte nicht leicht sein, eine andere Materialwahl und Materialdisposition zu finden, die das Bild, welches die theoretische Physik in den letzten Jahren bot, besser charakterisieren könnte. Dies ist um so bemerkenswerter, als der Autor sich in seinen Vorlesungen auf die Diskussion ausschließlich derjenigen Fragen beschränkte, zu deren Bearbeitung er selbst fundamentale Beiträge geliefert hat. Übrigens erinnert er in den Schlußworten daran, daß ein anderer und er selber zu einem späteren Zeitpunkt das Bild möglicherweise wesentlich anders zeichnen würde. Es ist in dieser Beziehung reizvoll, in dem nur $2^1/_2$ Jahre später gehaltenen Vortrag von Herrn Planck — „Über neuere thermodynamische Theorien"[1]) — zu verfolgen, wie hier ein neues Prinzip, das wiederum universelle Tragweite beansprucht — das Nernstsche Wärmetheorem — mit jenen Fragen in Zusammenhang gebracht wird, von denen die „Acht Vorlesungen" handeln. Und solche fundamentalen Probleme wie die des radioaktiven Zerfalles, der Aussendung der Spektrallinien, der reversibeln Verwandlung des Lichtes in chemische oder elektrische Energie, des Zusammenhanges der Gravitationsenergie mit anderen Energieformen — sie alle haben noch nicht die ihrer universellen Bedeutung adäquate theoretische Behandlung gefunden, nur tastende Ansätze liegen vor und deshalb müssen sie im System der gegenwärtigen Physik einfach ignoriert werden. Was wird aus diesem System werden, wenn diese Fragen in Fluß kommen?!

Paul Ehrenfest.

H. A. Lorentz, The theory of electrons and its applications to the phenomena of light and radiant heat. A course of lectures delivered in Columbia University, New York, in march and april 1906. gr. 8. IV u. 332 S. Leipzig, B. G. Teubner. 1909. M. 8.—, gebunden M. 9.—[2])

Die Hypothese, daß jede nachweisbare Elektrizitätsmenge ausnahmslos ein ganzzahliges Multiplum eines universellen Elementarquantums „e" ist, dürfte zunächst die physikalischen Denkgewohnheiten nicht viel weniger stark beleidigt haben, als es in den letzten Jahren, z. B. die Lichtquantenhypothese tut; gegenwärtig ist sie uns aber so geläufig geworden, daß nun umgekehrt ein gegen sie erhobener Zweifel unsere Denkgewohnheiten beleidigen würde. Aber auch die speziellen Bilder, welche die Rolle des Elektrons in den einzelnen physikalischen Erscheinungen schildern, auch sie haben, dank der Erfolge zu denen sie führten, eine enorme Stabilität gewonnen. — Das vorliegende Buch ist nun dadurch ausgezeichnet, daß sein Autor, der ja einen so hervorragenden Anteil an der Schaffung jener Bilder besitzt, hier so manches noch in lebendigem Fluß zeigt, was sonst leicht schon als starr erscheint.

Das reiche Material des Buches gliedert sich folgendermaßen:

I. Grundlagen der Theorie des freien Elektrons: Die Maxwell-Lorentzschen Gleichungen.

1) Im Gegensatz zu der bekannten Auffassung Boltzmanns macht Herr Planck die Annahme — als besondere physikalische Hypothese —, daß nicht bloß enorm selten, sondern überhaupt niemals solche denkbaren exzeptionellen Serien von Molekularstößen vorkommen, die zu einem freiwilligen, makroskopisch beobachtbaren Verlassen des Wärmegleichgewichts führen.

1) Diese Zeitschr. **13**, 165, 1912.

2) Siehe Anmerkung auf Seite 626.

Retardierte Potentiale. Bilanz der Energie und der Bewegungsgröße. Scheinbare Masse des starren Elektrons. Strahlung bewegter Elektronen. Elektrizitäts- und Wärmeleitung durch die freien Elektronen in Metallen.

II. Emission und Absorption der Wärme: Die Gesetze von Kirchhoff, Boltzmann u. W. Wien. Emission und Absorption von Wärmestrahlung durch die in Wärmebewegung begriffenen freien Elektronen der Metalle. Gegenüberstellung dieser Lorentzschen Theorie der schwarzen Strahlung zu der von Planck und Rayleigh-Jeans.

III. Theorie des Zeeman-Effektes: Die elementare Theorie. Überblick über die wichtigsten Erfahrungen betreffs der Serienspektren und der Zerlegung ihrer Linien im Magnetfeld. Die bisherigen Ansätze zur Theorie des komplexen Zeeman-Effektes. Diskussion der ungelösten Schwierigkeiten.

IV. Lichtfortpflanzung in einem aus Molekülen zusammengesetzten Körper und Theorie des inversen Zeeman-Effektes: Aufbau der Dispersionsgleichungen unter Mitberücksichtigung der Kraft, die ein Magnetfeld auf ein schwingendes Elektron ausübt. Dispersion und Absorption speziell auch im Magnetfeld. Inverser Zeeman-Effekt. Magnetische Drehung der Polarisationsebene.

V. Optische Erscheinungen in bewegten Körpern: Stokes' Theorie der Aberration (Annahme, daß der Äther an der Oberfläche der Erde ihre Bewegung mitmacht) und die Schwierigkeiten, zu der sie führt. Fresnels Hypothese des feststehenden Äthers und sein Ansatz für die „Mitführung" des Lichtes durch bewegte durchsichtige Körper. Aus diesem Fresnelschen Ansatz wird der Malussche Satz für den „relativen" Strahlengang abgeleitet und daraus weiter der Satz: Bei Berücksichtigung nur Glieder erster Ordnung ist der Gang der Relativstrahlen unabhängig von der Translation der Erde. — Ableitung des letzteren Satzes (unter Einführung des Begriffes „Ortszeit" t') aus der Elektronentheorie bewegter Körper. — Der Michelsonsche Versuch und die Lorentz-Fitzgeraldsche Kontraktionshypothese. Das Fehlen der Doppelbrechung in translatorisch bewegten Körpern. — Aufbau einer Theorie, welche exakte Unabhängigkeit der elektromagnetischen Erscheinungen von der gleichförmigen Translation liefert: auf Grund der bekannten Lorentzschen Annahmen über die Abhängigkeit der Elektronengestalt, der Molekularkräfte und der Massen von der Translationsgeschwindigkeit. Beziehung dieser synthetischen Lorentzschen Theorie zur analytischen Relativitätstheorie von Einstein.

Zahlreiche Zwischenbemerkungen über die Grundannahmen der dargestellten Theorien, sowie über das Verhältnis ihrer Ergebnisse zur Erfahrung begleiten die systematische Darstellung. Der Charakter dieser Bemerkung gibt dem Buch den Reiz einer Originalarbeit. Dies gilt vor allem von denjenigen Bemerkungen, in welchen der Autor die Gründe skizziert, die ihn veranlaßten, diese oder jene Variante seiner theoretischen Ansätze aufzugeben, obwohl sie ihm im Grunde sympathischer wäre als die, für welche er sich endgültig entschloß. So insbesonders zur Frage, ob bei der Lorentz-Fitzgeraldschen Kontraktionshypothese auch eine Querkontraktion angenommen werden könnte; ob die Linien einer Serie als die verschiedenen Eigenschwingungen eines kontinuierlichen Systems angesehen werden können; über Versuche die Stokessche Aberrationstheorie aufrecht zu halten. Man vergleiche aber auch die Bemerkungen zu folgenden Fragen: Läßt sich die Absorption des Lichtes allein aus Molekülzusammenstößen erklären? (§ 120, Note 57, § 145)? Kann man aus dem Polarisationssinn des Zeeman-Effektes einen eindeutigen Rückschluß auf das Vorzeichen der schwingenden Ladung ziehen? (§ 102). Ferner die Bemerkungen zur Theorie des komplexen Zeeman-Effektes, zur „Equipartition"-Frage usw. Hier sei auch noch besonders auf die Ausführungen verwiesen, die mit wenigen Worten das faszinierende Rätsel der Spektralserien vorlegen.

Hundert Seiten „Noten" — am Schluß des Buches — tragen alle wichtigen rechnerischen Entwicklungen mit großer Vollständigkeit nach. Zum Teil dienen sie dazu, das weitläufige und nicht selten geradezu entmutigende Nachschlagen in verschiedenen Lehrbüchern zu ersparen. Siehe z. B. die Noten über Kapazität des Ellipsoides, Integrationstheorie der retardierten Potentiale, elektrische Eigenschwingungen eines Spiegelwürfels, Ableitung des Verschiebungsgesetzes usw. Vor allem aber zielen sie darauf ab, dem Leser die kritische Überprüfung jedes wesentlichen Schrittes der dargelegten Theorien eindringlich nahezulegen und möglichst zu erleichtern — ein Zug der überhaupt für die ganze Anlage des Buches charakteristisch ist.

P. Ehrenfest.

A. Kneser, Die Integralgleichungen und ihre Anwendungen in der mathematischen Physik. Vorlesungen an der Universität Breslau gehalten. gr. 8. VIII u. 243 S. Braunschweig, F. Vieweg & Sohn. 1911. M. 6.—, gebunden M. 7.—

Das sogenannte Dirichletsche Problem gab die Veranlassung zur Untersuchung der Integralgleichung zweiter Art:

$$f(x) = \varphi(x) - \lambda \int_0^1 K(x, \xi)\, \varphi(\xi)\, d\xi,$$

worin $f(x)$ und der „Kern" $K(x, \xi)$ gegebene Funktionen, $\varphi(x)$ die gesuchte Funktion und λ ein willkürlicher Parameter ist. Herr J. Fredholm hatte (1900) zuerst einen Weg zur allgemeinen Auflösung dieser Integralgleichung gefunden und $\varphi(x)$ als Quotienten zweier ganzer Funktionen von λ dargestellt — entsprechend einem Satz von Poincaré. Schon vor Fredholm hatten Liouville, C. Neumann, Volterra (in gewissem Sinne schon Fourier) u. a. den Zusammenhang zwischen den Randwertaufgaben bei gewöhnlichen und partiellen Differentialgleichungen erkannt und verwertet, aber erst in den letzten Jahrzehnten und seit der Fredholmschen Entdeckung hat die Theorie der Integralgleichungen gewaltige Fortschritte gemacht. Die theoretischen Resultate fanden nun schon aus dem Grunde bald allgemeines Interesse, weil sie sich in einer Reihe von rein mathematischen und besonders auch physikalischen Fragen unmittelbar zur Lösung anwenden ließen.

Herr Kneser ist selbst als erfolgreicher Forscher auf dem neuen Gebiet hervorgetreten, und seine Einführung in die Theorie der Integralgleichungen kann daher auf besondere Beachtung Anspruch machen. Ausgehend von physikalischen Problemen führt er den Leser in die mathematischen Theorien ein, wobei die gewählte Art der Darstellung nicht nur den Vorzug hat, daß sie an bekannte interessante Fragen anknüpft, es ergeben sich vielmehr auch noch leichtverständliche Interpretationen für die neuen Begriffe. Besonders eingehend werden

die Reihenentwicklungen willkürlicher Funktionen nach gegebenen Orthogonalfunktionen, sowie eine Anzahl von Existenztheoremen behandelt.

Der Inhalt des Buches ist auf 6 Abschnitte verteilt, über die ich kurz berichten will.

Im ersten und zweiten Abschnitt zeigt der Herr Verfasser zunächst den Zusammenhang zwischen den Problemen der linearen Wärmeleitung und der freien linearen Schwingungen mit der Theorie der „homogenen" Integralgleichung:

$$\varphi(x) = \lambda \int_0^1 K(x, \xi)\, \varphi(\xi)\, d\xi.$$

In jenen Problemen geht man bekanntlich darauf aus eine, oder eigentlich eine nicht begrenzte Anzahl analytischer Funktionen $\varphi(x)$ zu bestimmen, welche eine lineare gewöhnliche Differentialgleichung mit einem willkürlichen (verfügbaren) Parameter befriedigen und gegebene Randbedingungen, etwa $\varphi(0) = \varphi(1) = 0$, erfüllen. Diese Aufgabe wird durch die Lösungen der Integralgleichung erledigt. Dabei ist der Kern $K(x, \xi)$ ein direktes Analogon zur Greenschen Funktion, nämlich die Lösung einer (mit der ursprünglichen nur in den Koeffizienten von φ, φ'' übereinstimmenden) einfachen Differentialgleichung, welche die Randbedingungen befriedigt, durchaus stetig ist und nur an der Stelle $x = \xi$ in der Weise singulär wird, daß

$$\frac{dK(x, \xi)}{dx}\Big|_{x=\xi+0} - \Big|_{x=\xi-0} = 1,$$

oder gleich irgend einer von Null verschiedenen Konstanten, ist. Kerne dieser Art sind stets symmetrisch in x und ξ, was für die Behandlung der Integralgleichung von besonderem Vorteil ist.

Es läßt sich beweisen, daß zu derart beschaffenen Kernen stets unendlich viele Werte $\lambda_1, \lambda_2, \ldots$ von λ gehören, von der Beschaffenheit, daß die Integralgleichung jedesmal für jedes λ_n eine oder höchstens eine endliche Anzahl Lösungen $\varphi_n^{(1)}, \varphi_n^{(2)} \ldots \varphi_n^{(\nu)}$ besitzt (λ_n = Eigenwert φ_n = Eigenfunktion des Kerns). An diesen Nachweis schließen sich dann die Sätze über Reihenentwicklungen nach solchen Eigenfunktionen und als spezieller Fall ergibt sich die Lösung des Wärmeleitungs- und Schwingungsproblems durch derartige Reihen.

In ähnlicher Weise lassen sich auch noch solche lineare Schwingungsprobleme, deren Behandlung auf lineare Differentialgleichungen 4. Ordnung führt, mit homogenen Integralgleichungen in Zusammenhang bringen. Dagegen stellen die erzwungenen Schwingungen einen neuen Problemtypus dar, dessen Erledigung erst durch die Lösung einer nichthomogenen Integralgleichung zweiter Art möglich ist.

Herr Kneser entwickelt einen großen Teil der Lösungstheoreme für die angeführten Aufgaben nach bekannten Methoden der Integralrechnung (im weiteren Sinne) und sucht den Leser möglichst eng mit den Fragen der Integralgleichungstheorie bekannt zu machen, ohne zunächst alle Beweise im einzelnen durchzuführen. Die allgemeinen und vollständigen Entwicklungen enthält dann der dritte Abschnitt. Dieser behandelt das Sturm-Liouvillesche Randwertproblem für die lineare gewöhnliche Differentialgleichung zweiter Ordnung und erledigt insbesondere die strenge Begründung der Theorie der Eigenfunktionen. Der Herr Verfasser reproduziert hier auch seine eigenen wichtigen Untersuchungen über die Entwicklung willkürlicher Funktionen nach Eigen(Orthogonal-)funktionen, speziell nach trigonometrischen, Besselschen und Kugel-Funktionen.

Der vierte und fünfte Abschnitt ist sodann den ebenen und räumlichen Problemen der Wärmeleitung und der freien Schwingungen gewidmet. Hierbei vermitteln die bekannten Greenschen Formeln den Übergang von den partiellen Differentialgleichungen zu den Integralgleichungen mit zwei- und dreifachen Integralen. Der Vorzug der neuen Behandlung dieser mehrdimensionalen Probleme beruht dabei hauptsächlich darin, daß die Integralgleichungen mit mehrfachen Integralen sich genau so lösen lassen wie diejenigen mit einfachen Integralen. Die Existenzbeweise für die Greensche Funktion, ferner für das ebene Dirichletsche Problem usw. sind im fünften Abschnitt zusammengestellt. Dieser enthält außerdem die wichtigsten Theoreme über die Integralgleichungen mit unsymmetrischem Kern.

Nachdem hiermit in den fünf ersten Abschnitten die Integralgleichungen auf Grund der Theorie der Eigenfunktionen abgehandelt worden sind, ist im letzten (sechsten) Abschnitt die ursprüngliche Fredholmsche Theorie übersichtlich dargestellt. Dieser Abschnitt kann ganz für sich studiert werden und eignet sich sehr zu einer raschen Einführung in diese schöne Theorie.

Zweifellos gehört die Theorie der Integralgleichungen zu denjenigen mathematischen Errungenschaften der letzten Jahrzehnte, deren Bedeutung nicht wohl überschätzt werden kann. Man kann daher auch nur aufrichtig wünschen, daß die Hoffnung sich erfüllt, welche Herr Kneser im Vorwort seines Buches ausspricht: „Daß durch seine Darstellung nicht nur jüngere Mathematiker zu fruchtbarer Mitarbeit angeregt, sondern auch die theoretischen Physiker zur Prüfung und Anwendung der neuen Theorie bewegt werden."

J. Sommer.

Fr. Busch und Chr. Jensen, Tatsachen und Theorien der atmosphärischen Polarisation nebst Anleitung zu Beobachtungen verschiedener Art. Zum Gedächtnis hundertjähriger Forschung im Auftrage des Physikal. Staatslaboratoriums in Hamburg und der Vereinigung von Freunden der Astronomie und kosmischen Physik herausgegeben. (Aus dem Jahrbuch der Hamburgischen wissenschaftlichen Anstalten XXVIII, 1910, 5. Beiheft.) Hamburg, Lucas Gräfe & Sillem. 1911. Preis M. 20.— [1])

Das vorliegende Buch verfolgt vor allem die Absicht, das Interesse für die Erscheinungen und die Erforschung der atmosphärischen Polarisation in weite Kreise zu tragen. Diesem Zwecke ist die Darstellung in ausgezeichneter Weise angepaßt. In größtenteils historischer Form bietet das Buch eine wohl vollständige Bearbeitung der gesamten Literatur dieses recht umfangreichen Gebietes dar. Dem Leser werden die theoretischen, oft recht schwierigen Arbeiten möglichst ohne Zuhilfenahme höherer Mathematik in ihren hauptsächlichsten Gedankengängen in gleicher Weise ausführlich und verständlich dargelegt, wie ihm eine eingehende Übersicht

1) Mitglieder der oben genannten Vereinigung erhalten das Buch bei Bestellung bei der Senatsbuchdruckerei von Lütcke & Wulff in Hamburg zum Vorzugspreise von M. 6.20 einschließlich aller Nebenkosten.

und kritische Würdigung älterer und neuerer Beobachtungen mit großer Vollständigkeit geboten wird. Überall aber ist besonderer Wert darauf gelegt, gerade die Lücken und Probleme, die sich in Theorie und Beobachtung noch reichlich vorfinden, hervorzuheben und so zu eigenen Beobachtungen und zur Mitarbeit an diesen Problemen anzuregen.

Ich will nun einen kurzen Überblick über den reichen Inhalt des Buches geben. Er zerfällt in 3 Abschnitte. Der erste Abschnitt (S. 16—182) gibt eine allgemeine Übersicht über das Gesamtgebiet der atmosphärischen Polarisation in historischer Reihenfolge. Zunächst werden die älteren Arbeiten, wie die von Arago, Babinet, Brewster u. a. m., besprochen. Im wesentlichen wurde von allen diesen Forschern nur die Frage nach Lage der Polarisationsebene und Polarisationsgröße für irgendeinen Punkt des Himmels behandelt. Die Untersuchung der ersteren führte für die älteren Arbeiten zu der einfachen Regel, daß die Polarisationsebene bei wolkenlosem Himmel mit der von Sonnenmittelpunkt und Visierlinie gebildeten Ebene übereinstimmt, während für die Größe der Polarisation die Untersuchungen vor allem zu der fundamentalen Entdeckung dreier „neutraler Punkte" innerhalb des Sonnenvertikals führten. In neuerer Zeit wurde das Problem der Lage der Polarisationsebene vor allem von Becquerel wesentlich fortgeführt, welcher nachwies, daß an fast allen Stellen des Himmels Abweichungen von dieser Regel durch die sekundäre Diffusion in der Atmosphäre, bzw. das vom Erdboden reflektierte Licht, und vor allem auch durch die drehende Wirkung des erdmagnetischen Feldes hervorgerufen werden.

Bei der Besprechung der Arbeiten über die Polarisationsgröße werden zunächst die in näherem Zusammenhange miteinander stehenden Untersuchungen von Bernard, Rubenson und Jensen erwähnt. Es gelang Jensen vor allem der Nachweis einer ausgeprägten, von der direkten Beziehung zur Sonnenhöhe losgelösten täglichen Periode des Phänomens; ferner diskutierte er genauer den schon von Rubenson erörterten Einfluß von Störungen, als da sind Wolken, Rauch usw. Von sonstigen Arbeiten seien noch die Untersuchungen von Connel und Kimball über die Beeinflussung des Phänomens durch die Beschaffenheit des Erdbodens, die von Kimball über die engen Beziehungen zwischen der Durchsichtigkeit der Luft und der Polarisationsgröße sowie endlich die Anregungen bzw. Bemühungen verschiedener Forscher, die Verfolgung der letzteren für die Wetterprognose zu verwerten, erwähnt, wobei in erster Linie an Cornu erinnert werden muß.

Es folgen die sehr umfangreichen Untersuchungen Buschs über die neutralen Punkte, welche auf sehr enge Zusammenhänge zwischen diesen Phänomenen und gewissen tellurischen und kosmischen Vorgängen schließen ließen und es in der Tat möglich scheinen lassen, daß die Verfolgung solcher Gesetzmäßigkeiten der praktischen Wettervorhersage zugute kommen und interessante Zusammenhänge mit anderen physikalischen Problemen der Erdatmosphäre aufdecken wird.

Im Mittelpunkte der nun folgenden eingehenden Darlegung der Theorie der atmosphärischen Polarisation steht eine sehr ausführliche Darstellung der Rayleighschen Gedanken über die Diffusion in trüben Medien. Es folgt dann eine eingehende Darstellung der Versuche, die zur Bestätigung der Theorie an den verschiedensten trüben Medien vorgenommen worden sind. Ferner wird die Erweiterung der Theorie auf suspendierte Teilchen aus leitendem Material durch Mie besprochen, sowie die Diskussion über die Farbe suspendierter Metalle, ob diese nämlich durch Diffusion, oder durch optische Resonanz zu erklären sei. Die Messung ultramikroskopischer Teilchen durch Siedentopf und Zsigmondy fügt sich hier ein. Dann wird die Rayleighsche Theorie auf die Berechnung der Durchsichtigkeit und die Erklärung des Himmelsblau angewandt, und es wird hier vor allem die eingehende Analyse des Himmelslichtes durch Crova, Vogel und Zettewuch ausführlich besprochen, welche zeigt, daß das beobachtete Himmelsblau noch von vielen anderen meteorologischen Faktoren abhängt und eine viel zu komplizierte Erscheinung ist, als daß man sie restlos durch die Rayleighsche Theorie erklären könnte. Hier greifen auch die Untersuchungen von Spring und Pernter u.a. über die blaue Farbe und den Polarisationszustand des in Suspensionen diffundierten Lichtes ein, die dazu führen, möglicherweise einen Einfluß von Fluoreszenzlicht auf die atmosphärischen Polarisationserscheinungen anzunehmen. Auch die Beobachtungen von E. L. Nichols werden besprochen, die sich auf den Zusammenhang zwischen der in verschiedenen Farben beobachteten Polarisationsgröße und der Intensitätsverteilung im Spektrum des Himmelslichtes erstrecken. Schließlich wird die Weiterführung der Rayleighschen Theorie durch Soret und Hurion, die auch das sekundär diffundierte Licht berücksichtigt und zu einer Erklärung der neutralen Punkte führt, ausführlich dargelegt; auch die von Lord Rayleigh abweichenden Diffusionstheorien von Lallemand, Planck und Clausius werden nebst den sich an sie anknüpfenden Diskussionen kritisch wiedergegeben. Diese vollständige Übersicht über das Diffusionsphänomen und seine Anwendungen gehört zu den interessantesten Teilen des Buches.

Der zweite Abschnitt (S. 183—315) ist den neutralen Punkten gewidmet. Nach ausführlicher kritischer Besprechung der älteren Arbeiten folgt eine Zusammenfassung der neueren Untersuchungen, die sich im wesentlichen an die Namen Busch und Jensen anknüpfen. Busch führte sehr umfangreiche Untersuchungen viele Jahre hindurch aus und lieferte ein außerordentlich vollständiges Beobachtungsmaterial zur Beurteilung der Störungen im Gange der Abstände der neutralen Punkte von Arago und Babinet von Sonne bzw. Gegensonne durch tellurische und kosmische Einflüsse, z. B. im Zusammenhang mit der Sonnenfleckenperiode. Die von Jensen 1908 ins Leben gerufene Beteiligung weiter Kreise an der Erforschung der atmosphärischen Polarisation nötigte zur Untersuchung lokaler Störungen, um die Beobachtungen verschiedener Orte vergleichbar zu machen. Sehr interessante Resultate gaben in dieser Beziehung über den Einfluß der Großstadt Parallelbeobachtungen von Busch und Jensen zwischen Hamburg und Arnsberg und Hamburg und Bergedorf. Ganz neue Gesichtspunkte lieferte das vor kurzem von Jensen entdeckte, offenbar in näherer Beziehung zu den neutralen Punkten am Himmel stehende Phänomen neutraler Zonen auf dem Wasser, die sich im Gegensatz zu den auf dem Lande schon früher beobachteten nicht nur im Sonnenvertikal, sondern in allen möglichen Azimuten befinden. Einen weiteren theoretisch und praktisch wichtigen Fortschritt bedeutet die von Jensen entdeckte Beziehung zwischen der Farbe, in der beobachtet wird, und den Abständen der neutralen Punkte von genannten Zentren. Ebenso ist die Einführung des Begriffes der Brückengröße durch Jensen hervorzuheben, d. h. der in Gradteilung angegebenen Entfernung zwischen den noch

erkennbaren Spuren der oberen, positiven, und der unteren, negativen Polarisationsfransen. Es ist dringend notwendig, daß über alle drei soeben genannten Punkte noch viel Material gesammelt wird, um ihren Einfluß bzw. ihre Wichtigkeit deutlicher kennen zu lernen. — Der zweite Teil dieses Abschnittes beschäftigt sich eingehender mit der Theorie der neutralen Punkte. Nach Darlegung der älteren Theorien werden diejenigen von Soret und Hurion erörtert und auf die Beobachtungen angewandt, indem hier im Gegensatz zum ersten Abschnitt besonders ausführlich die Theorie von Hurion besprochen wird. Auch der Einfluß diffuser Brechungen wird diskutiert, und es wird versucht, den in normalen und in Störungszeiten beobachteten täglichen Gang der neutralen Punkte auf seine Ursachen zurückzuführen. Schließlich folgt noch eine eingehende Beschreibung der von Jensen angegebenen Apparatur, mit der diese Beobachtungen angestellt werden können, sowie eine Anleitung zur Beobachtung, die jedem die Bestimmung der neutralen Punkte leicht ermöglicht.

Im dritten Abschnitt werden schließlich die Größe der Polarisation sowie einige mit den Polarisationsmessungen in naher Beziehung stehende Beobachtungen besprochen. Nach einem Überblick über die verschiedenen Apparate zur Bestimmung der Polarisationsgröße wird eine vergleichende Zusammenstellung der als Maß für diese von den verschiedenen Beobachtern eingeführten Größen gegeben, die wohl auch für andere physikalische Arbeiten von Interesse ist. Bei der dann folgenden Diskussion der bisherigen Beobachtungsergebnisse werden zunächst das Polarisationsmaximum in seiner Abhängigkeit von der Farbe und von der Tageszeit, die Größe der Polarisation in verschiedenen Sonnenabständen, ihre Schwankungen bei gleicher Sonnenhöhe und die dabei etwa in Betracht kommenden Ursachen erörtert. Es folgt dann eine sehr eingehende Diskussion über den täglichen Gang der Polarisation und über den genaueren Einfluß der verschiedenen Momente, welche den säkularen Gang des Phänomens beeinflussen, wie Vulkanausbrüche, Sonnenflecken und damit zusammenhängende Vorgänge. Es ergab sich dabei das Resultat, daß besonders niedrige positive Polarisationswerte immer mit einer allgemeinen Trübung der Atmosphäre durch größere Teilchen, wie Vulkanstäubchen, Hand in Hand gingen, die sich zum Teil auch durch aktinometrische Messungen ergeben hatte. Beachtenswert ist, daß die kritische Untersuchung sämtlicher Beobachtungen keine eindeutige Beziehung zwischen der positiven Polarisationsgröße und der Sonnenfleckenperiode erkennen ließ. Es wird jedoch ein Weg gezeigt, der möglicherweise zu einem Verständnis dieses scheinbaren Widerspruchs mit der vorhin genannten Beziehung zur Höhe der neutralen Punkte wird führen können. Dabei sind sich die Verfasser dessen wohl bewußt, daß die verschiedenen, zum Teil von ihnen selber aufgestellten Hypothesen noch keineswegs sicher genug begründet sind, ebenso auch, daß das vorliegende Beobachtungsmaterial noch recht lückenhaft ist. Abgesehen von der Arrheniusschen Staubtheorie spielt hier auch die von Pernter bei künstlichen trüben Medien entdeckte Beziehung zwischen Intensität des einfallenden Lichtes und Polarisationsgröße eine große Rolle, wobei die Untersuchung für die verschiedenen Farben getrennt vorgenommen werden muß, und es werden daher diese und verwandte Versuche eingehend erörtert. Die nähere Untersuchung der Polarisationsmessungen bei verschiedenen Farben verspricht auch Aufschlüsse über die relative Zahl und Verteilung sowie Größe und eventuell sogar über die Höhenlage der in höheren Schichten der Atmosphäre befindlichen Kondensationskerne.

Nach einer genaueren Anleitung zum Beobachten, in der das Webersche und das Cornusche Polarimeter vorgeführt werden, wendet sich der Schluß dieses Teils den Untersuchungen über die Flächenhelligkeit und Farbe des Himmels, der Bestimmung der Solarkonstante sowie derjenigen des Staubgehalts der Atmosphäre, dem Zusammenhang mit luftelektrischen Phänomenen usw. zu.

Aus dem Schlußwort des Buches sind die Erfolge zu ersehen, welche die von Jensen mit Hilfe des Physikalischen Staatslaboratoriums in Hamburg und mit Unterstützung dessen Direktors, des Herrn Prof. Voller, ins Werk gesetzte Propaganda bereits gehabt hat. Bedenken wir die Wichtigkeit der atmosphärischen Polarisationsuntersuchungen für die Meteorologie und die mannigfachen Beziehungen zu physikalischen Problemen aller Art, so ist nur zu wünschen, daß der Wunsch der Verfasser, daß ihnen das Buch viele neue Mitarbeiter erwerbe, in Erfüllung gehe.

Auf Ersuchen der Verfasser hin sei berichtigend noch bemerkt, daß S. 508ff. versehentlich übersehen worden ist, als Entdecker der Wasserkondensation an Ionen die Herren Richarz und R. v. Helmholtz zu nennen. E. Oettinger.

J. Stark, Prinzipien der Atomdynamik. II. Teil: Die elementare Strahlung. 8. XV u. 286 S. mit 35 Figuren. Leipzig, S. Hirzel. 1911. M. 7.80, gebunden M. 9.—

Dieses Buch hat den Mut der Subjektivität. Das umfangreiche Material wird nicht nur referiert, sondern der Autor will mit möglichst anschaulichen Hypothesen leitende Gesichtspunkte geben für die experimentelle Forschung, Anregung zur Vertiefung der Problemstellung, ja wenn es sein soll, herausfordern zu Kritik und — Verbesserung der Hypothesen. „Eine erste Schrift über die elementare Strahlung muß also, wenn sie ihrer Aufgabe gerecht werden soll, notwendig ordnende und leitende Ideen, und seien sie auch hypothetisch, in den Vordergrund treten lassen."

Unter elementarer Strahlung ist verstanden „die Gruppe derjenigen optischen Erscheinungen, in welchen die Eigenart eines elementaren elektromagnetischen Oszillators sich charakterisiert oder die elektromagnetische Energie an einem einzelnen elementaren Oszillator in den angrenzenden Raum emittiert oder aus ihm absorbiert wird". Der Inhalt gliedert sich in die 5 Kapitel: I. Prinzipien der elektromagnetischen Strahlung, II. Strukturelle Charakteristik der optischen Frequenzen, III. der elementare Träger und Sitz der Spektra, IV. der elementare Umsatz von Lichtenergie, V. Struktur der elementaren Lichtenergie.

In I. kommt Herr Stark nach einer Zusammenstellung des hauptsächlichen elektromagnetisch-mathematischen Materials auf die vermutlichen elementaren Felder des Lichtumsatzes zu sprechen und macht hier — was für das Buch charakteristisch ist — darauf aufmerksam, daß „die Analogisierung des elementaren elektromagnetischen Oszillators mit einem endlichen Hertzschen Oszillator" „ebenso bedenklich" ist, „wie es verfehlt wäre, die physikalischen und chemischen Eigenschaften eines endlichen Volumens Wasserstoffs dem einzelnen Wasser-

stoffatom zueignen zu wollen." Angedeutet seien die Schlüsse, die aus der Serienstruktur gezogen werden: derselbe elementare Oszillator in allen chemischen Elementen — mehrere elektromagnetische Felder am einzelnen Atom — Starks Archionenhypothese. Man vergleiche auch Band I dieses Werkes[1]), sowie Starks Publikation im Jahrb. der Rad. u. El. **9**, 15, 1912.

Aus der Bandenstruktur — dem Deslandresschen System ist besondere Beachtung geschenkt — wird geschlossen, daß der Bandenoszillator in Struktur und Dynamik vom Serienoszillator verschieden sei. Die Röntgenstrahlen, deren Lichtgeschwindigkeit anerkannt wird, sind in einem langen Abschnitte diskutiert.

Kapitel III darf man wohl als den Kern des Werkes betrachten: gewissermaßen eine Zusammenfassung von Ansichten über den Ursprung der Banden- und Serienspektren, die Herr Stark, wie bekannt, seit einer Reihe von Jahren mit Nachdruck vertritt. An der Oberfläche der Atome befinden sich außer den abtrennbaren negativen Elektronen auch „positive Sphären", Archionen genannt. Ihre Größenordnung übersteigt die der Elektronen. Das Feld zwischen Archion und Elektron dient zur Erklärung der chemischen Tätigkeit des Atoms: Valenzelektronen (gesättigte, ungesättigte, gelockerte). Deren Schwingung führt zum Bandenspektrum. Aus dieser Vorstellung zieht Herr Stark, auch unter Benutzung des Planckschen Elementargesetzes sehr anregende Konsequenzen. Angedeutet sei das Thema Bandenspektrum und Konstitutionscharakteristik in der Chemie. Bei Erörterung des Ursprungs der Serienspektren begegnen wir natürlich auch dem Starkschen Dopplereffekt an Kanalstrahlen. Ebenso lesenswert ist der vom Zeemaneffekt berichtende Abschnitt, der für das Wesen des Archions neue Gesichtspunkte liefert — dieser Angelegenheit gebührt wohl besondere Aufmerksamkeit. Auf jeden Fall verdient das Archion die Beachtung der Elektronentheoretiker. (Schluß von § 26 sowie Seite 158.)

Nicht minder reichhaltig, und vor allem immer wieder anregend sind die beiden letzten Kapitel, in denen das unter dem „Gesichtspunkte der Vorläufigkeit" akzeptierte Plancksche Elementargesetz und — in scharfer Gegenüberstellung — die Hypothesen der elementaren Lichtwelle und der Lichtzelle eine leitende Rolle spielen. Eine nähere Inhaltsbezeichnung würde zu weit führen — nur auf den Teil „Röntgenspektrum" sei noch speziell hingewiesen.

Der Literaturnachweis ist konsequent durchgeführt worden.

Dem dritten Teile des Werkes, das die Elektrizität im chemischen Atom zum Gegenstande haben wird, ist mit Spannung entgegen zu sehen, — hoffentlich bringt er auch ein ausführliches Sachregister.

1) Besprechung: diese Zeitschr. **12**, 80, 1911.

H. Hörig.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Technischen Hochschule Hannover Dr. Friedrich Bergius für reine und angewandte physikalische Chemie, an der Böhmischen Technischen Hochschule in Prag Dr. Ferdinand Schulz für Technologie der Brenn- und Beleuchtungsstoffe, Dr. Viteslav Vesely für chemische Technologie des Glases und der Emaille und Dr. Kunowski für Geometrie, an der Universität Gießen Dr. Felix Jentzsch für Physik.

Ernannt: Der Dozent für Chemie an der University of Illinois in Urbana Dr. L. L. Burgess zum a. o. Professor für analytische Chemie an der University of Saskatschewan (Kanada), der Lehrer für Physiologie an der Universität Christiania und Chemiker der norwegischen Medizinalbehörde Dr. Sigvald Schmidt-Nielsen zum Professor der technischen organischen Chemie an der Technischen Hochschule in Trondhjem, zu Instruktoren der Chemie an der Columbia University in New York: Andrew Bender und R. H. Lombard von der Columbia University, Artur Edgar von dem Massachusetts Institute of Technology, Dr. Frederick Barry von der Harvard University, R. F. Mc Cracken und Robert M. Isham von der Columbia University und Harry L. Fisher von der Cornell Medical School, der Dozent der Mathematik am University College Dublin M. Power zum Professor der Mathematik am University College Gallway, der Assistent an der Sternwarte Oxford H. C. K. Plummer zum Royal Astronomer von Irland, der Professor an der University of Illinois in Urbana Dr. Richard S. Curtis zum ord. Professor für organische Chemie an dem Throop Polytechnic Institute in Pasadena Ca.

Berufen: Der ord. Professor für Mechanik und mathematische Physik an der Universität Christiania Dr. Vilhelm Bjerknes auf eine neu zu errichtende ord. Professur für Geophysik an die Universität Leipzig, der a. o. Professor an der Universität München Dr. Karl Doehlemann zum ord. Professor für darstellende Geometrie an der Technischen Hochschule München.

Verliehen: Dem ord. Professor der Chemie an der Technischen Hochschule Karlsruhe Dr. Karl Engler der Titel Wirklicher Geheimer Rat mit dem Prädikat Exzellenz, dem Privatdozent für Physik an der Universität Wien Dr. Felix Ehrenhaft der Titel Professor, dem ord. Professor für angewandte Thermodynamik an der Technischen Hochschule München Dr. Karl von Linde der Titel Geheimer Rat.

Beurlaubt: Der Professor der Chemie an der Wesleyan University in Middletown Dr. Walter P. Bradley für das Jahr 1912/13 behufs Einrichtung eines Forschungslaboratoriums für die United States Rubber Co. in Akron O.

In den Ruhestand: Der ord. Professor der Elektrotechnik an der Technischen Hochschule Stuttgart Oberbaurat Dr. Wilhelm v. Dietrich (unter gleichzeitiger Verleihung des Titels Baudirektor), der Professor der technischen Mathematik an der Universität von Minnesota in Minneapolis Arthur E. Haynes, der ord. Professor der Elektrotechnik an der Technischen Hochschule Berlin Dr. Adolf Slaby.

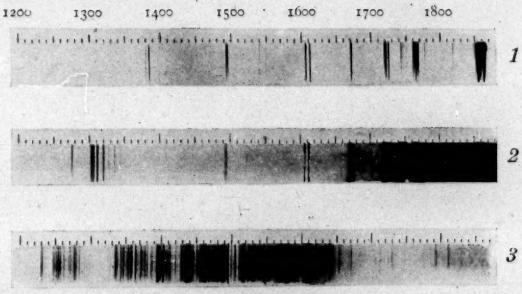
Gestorben: Der Entdecker des Galliums F. Lecocq de Boisbaudran in Paris, der ord. Professor der Infinitesimalrechnung an der Universität Bologna Dr. Cesare Arzelà.

Gesuche.

Junger Physiker und Mathematiker

(in beiden Fächern geprüft) mit abgeschlossener Hochschulbildung, der sich hauptsächlich für Optik und verwandte Gebiete interessiert, **sucht** Stellung im Laboratorium eines physikalischen Institutes, ev. auch in einem entsprechenden Wirkungskreise. Gefl. Offerten wollen unter **J. W.** an den Verlag der Zeitschrift gerichtet werden.

Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. Friedrich Krüger in Danzig-Langfuhr. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.



Lyman, Die Ionisierung von Gasen durch Licht und das Funkenspektrum des Aluminiums im Gebiete der Schumannstrahlen.

Verlag von S. Hirzel in Leipzig

Have
attys
vols